

# Effet des contraintes résiduelles sur l'amorçage de fissure dans les céramiques: approche couplée numérique et perspectives expérimentales

J. Chalony<sup>1</sup>, G. Montagnac<sup>2</sup>, B. Reynard<sup>3</sup>, A. Doitrand<sup>4</sup>, S. Meille<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Univ Lyon, INSA Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, CNRS UMR5510, MATEIS, F-69621 Villeurbanne, France, julie.chalony@insa-lyon.fr

<sup>2</sup> Univ Lyon, ENS Lyon, CNRS, LGL-TPE, UMR 5276, 46 allée d'Italie, F-69364 Lyon cedex 07, France, gilles.montagnac@ens-lyon.fr

<sup>3</sup> Univ Lyon, ENS Lyon, CNRS, LGL-TPE, UMR 5276, 46 allée d'Italie, F-69364 Lyon cedex 07, France, bruno.reynard@ens-lyon.fr

<sup>4</sup> Univ Lyon, INSA Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, CNRS UMR5510, MATEIS, F-69621 Villeurbanne, France, aurelien.doitrand@insa-lyon.fr

<sup>5</sup> Univ Lyon, INSA Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, CNRS UMR5510, MATEIS, F-69621 Villeurbanne, France, sylvain.meille@insa-lyon.fr

**Résumé** — La présence de contraintes résiduelles affecte l'amorçage de fissures dans les céramiques fragiles. Leur prise en compte est essentielle pour prédire leur rupture. Ce travail applique le Critère Couplé (CC) à une éprouvette en flexion avec un champ de contraintes résiduelles. L'influence de la forme de fissure et du type de critère en contrainte sur le chargement critique et la longueur d'amorçage est étudiée. Les mesures spectroscopiques Raman ou luminescence peuvent fournir les niveaux de contraintes résiduelles et confronter les résultats numériques aux champs expérimentaux.

**Mots clés** — Critère Couplé, contraintes résiduelles, céramique, Raman, luminescence, piezospectroscopie

## 1 Introduction

Les céramiques présentent une combinaison intéressante de propriétés mécaniques, thermiques et chimiques, mais leur fragilité intrinsèque limite leur utilisation dans des applications avec de fortes sollicitations mécaniques. L'introduction de contraintes résiduelles de compression, issues de traitements thermiques ou de revêtements, permet d'améliorer leur résistance et leur ténacité. La maîtrise de ces contraintes, ainsi que leur prise en compte dans les modèles de rupture, est donc essentielle pour la conception de structures céramiques fiables.

La prédiction du comportement à rupture de ces matériaux repose généralement sur la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture Élastique Linéaire (MLER), qui décrit la propagation de fissures préexistantes. Cependant, cette approche ne permet pas de traiter l'amorçage d'une fissure. Pour répondre à cette limite, le Critère Couplé (CC) introduit par Leguillon [11] combine un critère énergétique et un critère en contrainte, permettant de déterminer à la fois la charge critique et la taille de la fissure au moment de l'amorçage. Ce cadre théorique offre une approche robuste pour l'étude de l'amorçage de fissures dans des matériaux fragiles ou quasi-fragiles.

L'objectif de ce travail est d'utiliser le CC pour prévoir le chargement à l'amorçage d'une fissure d'une éprouvette comportant un champ de contraintes résiduelles de forme parabolique [15] sollicitée en flexion trois points. Nous analysons l'influence de la géométrie de la fissure à l'amorçage et du type de critère en contrainte sur le chargement critique et la longueur d'amorçage. Parallèlement à cette approche numérique, la spectroscopie Raman et la luminescence offrent la possibilité d'accéder à des champs locaux de contraintes de manière non destructive. Ces mesures peuvent être exploitées à plusieurs niveaux : (i) pour fournir en entrée les niveaux de contraintes résiduelles nécessaires aux simulations, (ii) pour définir des conditions aux limites réalistes dans les modèles éléments finis, et (iii) pour confronter les champs simulés aux champs expérimentaux mesurés. Cette complémentarité entre mesure et modélisation vise à mieux comprendre le rôle des contraintes résiduelles sur l'amorçage de fissures dans les céramiques.

## 2 Contraintes résiduelles dans les céramiques

Les contraintes résiduelles de compression, généralement introduites par une incompatibilité de dilatation thermique ou des traitements de surface, augmentent la résistance et la ténacité des céramiques telles que l'alumine, la zircone et les vitrocéramiques [14, 16]. Par exemple, Wu *et al.* [20] ont montré que les céramiques en alumine renforcée à la zircone et revêtues de cyanite (ZTA) présentent une augmentation de 40% de la résistance en flexion à température ambiante, avec une meilleure résistance à la propagation de fissures et aux chocs thermiques jusqu'à 1000°C. Dans les vitrocéramiques, des contraintes de compression superficielles de 390 à 490 MPa empêchent la fissuration radiale et confèrent une dureté et une ténacité élevées [4].

Ces contraintes résiduelles peuvent être mesurées par une méthode indirecte non destructive telle que la spectroscopie Raman ou la luminescence. Dans le cas de la diffusion Raman, une interaction lumière-matière permet de sonder l'énergie des phonons dans une maille cristalline [10]. Or, l'énergie de vibration des phonons étant influencée par la déformation de la maille, il est possible de remonter à la déformation à partir de cette mesure spectrale [1]. Le principe de la luminescence est similaire, l'interaction ayant lieu avec des électrons. Schalow [18] a été l'un des premiers à observer ces différences d'énergie en fonction de la contrainte appliquée sur des rubis. Grabner [7] a ensuite proposé une calibration quantitative des décalages de pics de luminescence avec les contraintes principales pour une alumine.

Un exemple d'une mesure en luminescence est présenté en Figure 1. Sur cette figure, des mesures spectrales ont été réalisées au bord d'une entaille présente dans un saphir monocristallin. Le champ de contraintes résiduelles déduit de mesures spectrales à l'aide des relations de piezospectroscopie [7] est superposé à l'observation optique de l'entaille. Cet exemple illustre la possibilité de mesurer des contraintes résiduelles à l'aide de mesures de luminescence ou Raman. Il est à noter qu'elles permettent également de mesurer des champs de déformation in-situ lors d'un essai mécanique [17].

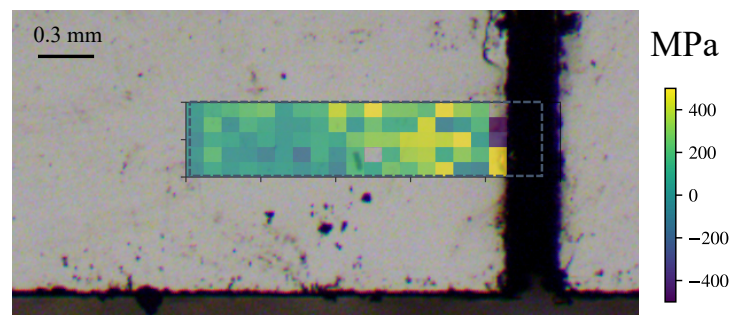


FIGURE 1 – Contraintes résiduelles estimées dans l'approximation hydrostatique à partir de mesures spectrales.

Par ailleurs, il est crucial de pouvoir prévoir le chargement à rupture de ces céramiques pour une question de fiabilité et de sûreté. Pour cela, des outils numériques prédictifs sur l'amorçage de fissure étant donné un champ de contraintes résiduelles permettent d'optimiser les design en amont des expériences. Pour répondre à ce besoin, nous proposons d'utiliser la méthode du Critère Couplé, décrite dans la section suivante.

## 3 Le Critère Couplé

La MLER propose un cadre théorique pour étudier la propagation d'une fissure pré-existante. Elle se base principalement sur la théorie de Griffith [5] et d'Irwin [9]. Toutefois ces approches ne traitent pas de l'amorçage de la fissure. Pour cela, l'approche "Finite Fracture Mechanics" consistant à évaluer un critère en énergie pour un incrément fini de fissure a été développée dans les années 90 [8].

Pour les matériaux fragiles, Leguillon a proposé en 2002 d'étendre cette théorie en la combinant à un critère non-local en contrainte. Le CC permet ainsi de prévoir le chargement à rupture ainsi que la surface de fissure à l'amorçage [11]. Son utilisation dans le cadre d'un matériau linéaire élastique est particulièrement efficace car une unique simulation par éléments finis permet de résoudre le critère quelque

soient les propriétés à rupture du matériau. Par ailleurs, le CC nécessite de connaître seulement deux paramètres matériaux en plus du comportement élastique, à savoir la résistance en traction  $\sigma_c$  et le taux de restitution d'énergie critique. Cette approche a été largement utilisée avec succès pour des configurations variées comme présenté dans le papier de revue [19]. Par ailleurs, un des avantages de cette méthode est qu'elle permet de capturer les effets d'échelle et d'évaluer différents couples de paramètres matériaux (contrainte à rupture et taux critique de restitution d'énergie).

L'un des points clés du CC est la définition de la forme de fissure à partir de laquelle sont évalués les deux critères. En 2014, D. Leguillon [12] propose de simplifier la recherche de la forme de fissure optimale en 3D en utilisant des formes de fissures basées sur les lignes d'iso-valeurs de contraintes. Cette approche n'est pas toujours pertinente car selon les matériaux et les configurations géométriques étudiées, l'amorçage de fissure peut parfois être principalement pilotée par le critère en énergie. Girard *et al.* [6] ont par exemple montré que la forme de décohésion optimale en 3D à l'interface fibre-matrice est pilotée par l'énergie. Cornetti *et al.* [3] ont récemment montré que pour des tailles de défauts elliptiques suffisamment importantes, la forme optimale de l'incrément de fissure est une ellipse ne suivant pas les lignes d'isovaleurs de contraintes. De manière générale, dans le cas d'un champ de contraintes non monotone, il n'est pas trivial de déterminer la forme de fissure optimale à l'amorçage comme rapporté par Leguillon *et al.* [13]. C'est notamment le cas pour la configuration étudiée d'une éprouvette en flexion, avec un champ de contraintes résiduelles tel que la contrainte maximale en tension ne se situe pas au bord de l'éprouvette mais à l'intérieur.

Si le bilan d'énergie établi pour définir le critère en énergie du CC ne semble pas être remis en cause, le choix du critère en contrainte peut être adapté en fonction du matériau et de la configuration d'étude. En particulier, un critère de contrainte moyenne tel qu'introduit par Cornetti *et al.* [2] est comparé au critère initialement introduit par Leguillon [11].

Dans la suite de ce travail, nous évaluons l'influence de la forme de la fissure à l'amorçage ainsi que le type de critère en contraintes sur le chargement minimum à appliquer pour amorcer une fissure ainsi que sa longueur critique. Pour cela, nous implémentons le CC via des simulations éléments finis en 2D d'un essai de flexion en présence d'un champ de contraintes résiduelles.

## 4 Amorçage de fissures en présence de contraintes résiduelles

### 4.1 Définition de la configuration d'essai

Le cas d'étude est un essai de flexion trois points avec la présence d'un champ parabolique de contraintes résiduelles, tel que l'on peut trouver dans les verres suite à un traitement thermique suivi d'une trempe. La Figure 2 illustre l'essai considéré ainsi que la forme du champ de contraintes résiduelles (rouge) et un exemple de fissure (en bleu). Le matériau considéré ici est un matériau isotrope au comportement élastique linéaire.

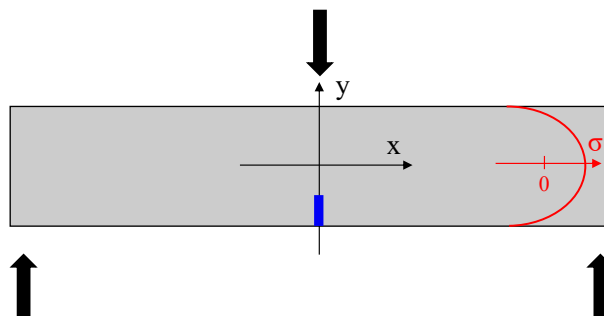


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience numérique. En rouge est représenté le champ de contraintes résiduelles. Il a une forme parabolique dans l'épaisseur de l'éprouvette. Les contraintes sont en compression en surface et en tension à coeur de l'éprouvette

Nous utilisons le logiciel commercial Abaqus® en 2D avec des éléments linéaires à 4 noeuds sous l'hypothèse des déformations planes. La moitié de l'éprouvette telle que représenté dans la Figure 2 est

simulée par symétrie de la géométrie et du chargement.

## 4.2 Théorie du CC en 2D

Dans la configuration présentée précédemment, nous pouvons considérer le critère de Rankine, proposé initialement par Leguillon [11]. Ainsi, la condition en contraintes est la suivante :

$$\sigma_{xx}(y, U) \geq \sigma_c \quad \forall y \in \Gamma, \quad (1)$$

avec  $\sigma_{xx}$  la contrainte de traction suivant la direction  $x$ ,  $\Gamma$  la fissure dont la dimension correspond à une longueur  $\ell$ ,  $U$  le déplacement imposé et  $\sigma_c$  la résistance en traction.

Nous considérons un autre critère en contraintes, à savoir le critère intégral :

$$\frac{1}{\ell} \int_{\Gamma} \sigma_{xx}(y, U) dy \geq \sigma_c. \quad (2)$$

Ce deuxième critère utilise une valeur moyenne de contraintes le long de la fissure  $\Gamma$  au lieu de considérer le minimum de contraintes comme proposé initialement par Leguillon dans l'équation 1. Ce critère en contrainte moyenne propose ainsi une dépendance locale plus forte que le critère en contrainte minimale en ce sens qu'il est sensible à l'intégralité des valeurs de contraintes le long de la fissure et pas seulement à la valeur minimale. Il permet aussi l'apparition de fissures à des niveaux de contraintes moindres par rapport au critère en contrainte minimale. Cette différence est illustrée dans la Figure 3 dans le cas d'un champ de contrainte linéaire (par exemple obtenu en flexion sans contraintes résiduelles). Sur celle-ci sont représentées les longueurs de fissure admissibles en hachuré en fonction du critère en contraintes, en bleu pour le critère minimal et en rouge pour le critère intégral, pour un même niveau de contraintes dans l'échantillon.

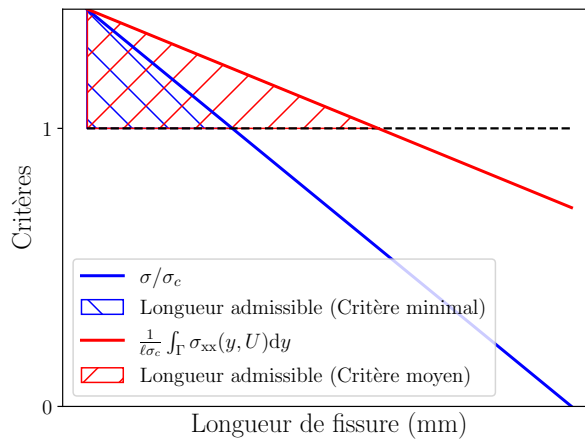


FIGURE 3 – Comparaison des longueurs de fissure admissibles pour le critère en contraintes minimal et le critère en contraintes intégral pour un chargement monotone.

Le critère en énergie peut s'écrire de manière similaire au critère de Griffith [5], mais appliqué à un incrément fini de surface de fissure :

$$\mathcal{G}_{inc}(\ell) \geq \mathcal{G}_c \quad (3)$$

avec  $\mathcal{G}_{inc}$  le taux de restitution d'énergie incrémental et  $\mathcal{G}_c$  le taux de restitution d'énergie critique. Le taux de restitution d'énergie incrémental est calculé à partir de la différence d'énergie entre les configurations avant et après amorçage d'une fissure de taille finie  $\ell$ .

Dans la section suivante, nous présentons des résultats préliminaires de l'étude de l'influence de la forme de fissure. Une méthodologie similaire sera suivie par la suite pour étudier l'influence du critère en contraintes.

## 5 Détermination de la forme de fissure optimale

En fonction du niveau de contraintes résiduelles appliquées, nous obtenons différentes formes d'évolution de contrainte suivant l'axe  $y$  à  $x = 0$  après l'application d'un chargement de flexion (Figure 4). Nous résolvons le CC en utilisant deux formes de fissures. La première part du bord de l'échantillon et la seconde est définie par les isocontours de contrainte, voir Figure 5 dans le cas d'une contrainte résiduelle de maximum 300 MPa à coeur.

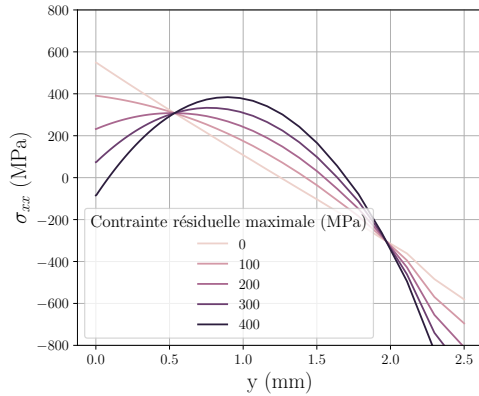


FIGURE 4 – Variation de contrainte  $\sigma_{xx}$  en fonction de la position.

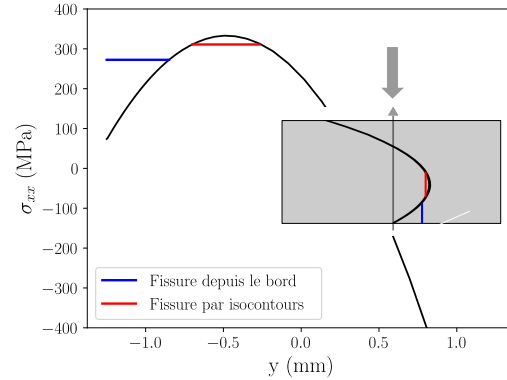


FIGURE 5 – Illustration des formes de fissure définies à partir du bord de l'échantillon ou selon les lignes d'isovaleurs de contrainte. En gris est représenté l'échantillon avec les fissures superposées.

Pour un champ de contraintes résiduelles donné, le critère en contrainte est évalué via un modèle sans fissure. Pour chacune des formes de fissure, la variation d'énergie est ensuite calculée. Nous obtenons donc, après résolution du CC, la longueur de la fissure et le niveau de chargement à l'amorçage pour les deux types de fissures en fonction des contraintes résiduelles appliquées.

Un exemple de résolution basé sur le critère en contrainte donné en équation 1 est présenté en Figure 6. Dans le cas des fissures de bord, la nécessité de remplir le critère en contrainte sur toute la surface de fissure avant l'amorçage (ici une longueur d'environ 1.1 mm) amène un chargement à l'amorçage environ 1.8 fois plus élevé que dans le cas des fissures définies à partir des lignes d'isovaleurs de contraintes. Ceci illustre l'importance de la définition de la forme de fissure dans le cadre d'application du CC. Ces observations seront par la suite généralisées à différents niveaux de contraintes résiduelles initiales ainsi qu'à différents couples de paramètres matériaux (taux critique de restitution d'énergie et contrainte à rupture), en prenant en compte les critères en contrainte définis par les équations 1 et 2.

## 6 Conclusion

L'application du critère couplé à l'amorçage de fissures dans une éprouvette présentant des contraintes résiduelles et sollicitée en flexion trois points, met en évidence l'importance du choix des formes de fissures à l'amorçage. La présence de contraintes résiduelles amène à une variation non monotone du champ de contrainte. Par conséquent, il semble plus favorable qu'une fissure amorce depuis le maximum de contrainte au coeur de l'éprouvette, plutôt qu'à partir du bord de l'éprouvette. Les perspectives de ce travail incluent d'une part, la caractérisation expérimentale (i) des champs de contraintes résiduelles initiaux et (ii) la mesure in-situ de champs de déformation après flexion. D'autre part, l'approche de modélisation sera complétée par l'étude de l'influence du niveau de contrainte résiduelle initial et par la prise en compte de différents critères en contrainte sur l'amorçage de la fissure.

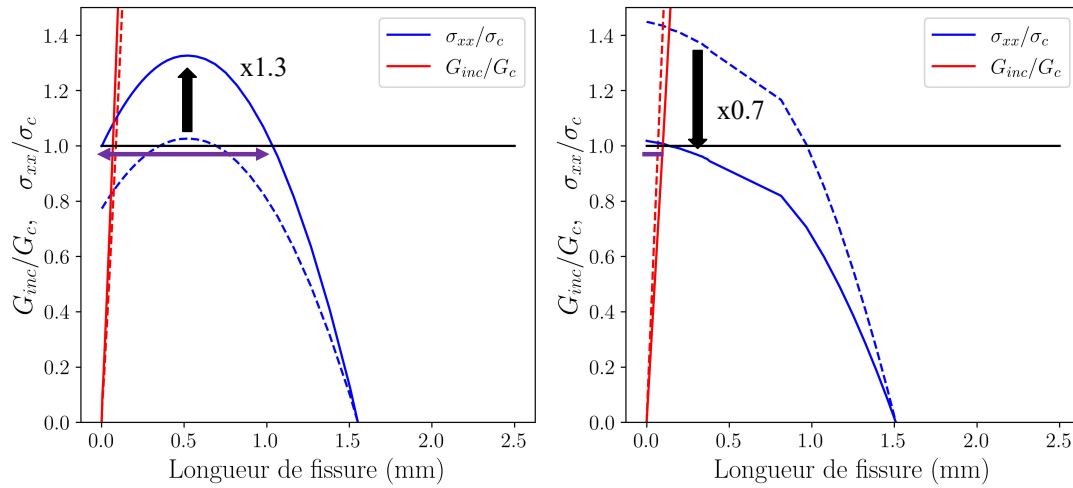


FIGURE 6 – Résolution du CC pour un niveau de contrainte résiduelle donné pour deux types de fissures : à gauche pour une fissure qui part du bord et à droite pour une fissure définie par les isocontours de contraintes. En pointillé sont indiquées les valeurs de contraintes et d’IERR adimensionnées par leur valeur critique respective pour un chargement commun initial. En traits pleins sont indiquées les mêmes grandeurs pour le chargement à rupture. Les flèches pleines en noir indiquent le facteur multiplicatif à appliquer au chargement initial de la simulation pour obtenir le chargement à rupture et amorcer une fissure. Les flèches violettes représentent la longueur de fissure correspondante.

## Références

- [1] E. Anastassakis, A. Pinczuk, E. Burstein, F. H. Pollak, M. Cardona. *Effect of static uniaxial stress on the Raman spectrum of silicon*, Solid State Communications, Elsevier, 8(2) :133–138, 1970.
- [2] P. Cornetti, N. Pugno, A. Carpinteri, D. Taylor. *Finite fracture mechanics : A coupled stress and energy failure criterion*, Engineering Fracture Mechanics, Elsevier, 73(14) :2021–2033, 2006.
- [3] P. Cornetti, V. Mantič, Z. Yosibash. *3D finite fracture mechanics under mode I loading : The flat elliptical crack*, Comptes Rendus. Mécanique, Elsevier, 353(G1) :725–745, 2025.
- [4] D. C. N. Fabris, E. H. Miguel, R. Vargas, R. B. Canto, M. de O. C. Villas-Boas, O. Peitl, V. M. Sglavo, E. D. Zanotto. *Microstructure, residual stresses, and mechanical performance of surface crystallized translucent glass-ceramics*, Journal of the European Ceramic Society, Elsevier, 42(11) :4631–4642, 2022.
- [5] A. A. Griffith. *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Royal Society, 221(582-593) :163–198, 1921.
- [6] H. Girard, A. Doitrand, B. Koohbor, R. G. Rinaldi, N. Godin, D. Long, J. Bikard. *Influence of nearby fiber on fiber–matrix debonding : Coupled Criterion prediction and debonding shape determination*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier, 183 :105498, 2024.
- [7] L. Grabner. *Spectroscopic technique for the measurement of residual stress in sintered Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>*, Journal of Applied Physics, American Institute of Physics (AIP), 49 :580–583, 1978.
- [8] Z. Hashin. *Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier, 44(7) :1129–1145, 1996.
- [9] G. R. Irwin. *Fracture*, Springer, Berlin Heidelberg, 551–590, 1958.
- [10] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*, Wiley, New York, 1956.
- [11] D. Leguillon. *Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch*, European Journal of Mechanics - A/Solids, Elsevier, 21(1) :61–72, 2002.
- [12] D. Leguillon. *An attempt to extend the 2D coupled criterion for crack nucleation in brittle materials to the 3D case*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Elsevier, 74 :7–17, 2014.
- [13] D. Leguillon, I. Ayvaz, P. L. Rosendahl. *On the Difficulty to Implement the Coupled Criterion to Predict Failure in Tempered Glass*, H. Altenbach, J. Hohe, C. Mittelstedt (éds.), Progress in Structural Mechanics, Springer International Publishing, 225–236, 2024.
- [14] M. Lugovy, V. Slyunyayev, V. Subbotin, N. Orlovskaya, G. Gogotsi. *Crack arrest in Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>-based layered composites with residual stress*, Composites Science and Technology, Elsevier, 64(13) :1947–1957, 2004.

- [15] J. H. Nielsen, K. Thiele, J. Schneider, M. J. Meyland. *Compressive zone depth of thermally tempered glass*, Construction and Building Materials, Elsevier, 310 :125238, 2021.
- [16] M. P. Rao, A. J. Sánchez-Herencia, G. E. Beltz, R. M. McMeeking, F. F. Lange. *Laminar Ceramics That Exhibit a Threshold Strength*, Science, American Association for the Advancement of Science (AAAS), 286(5437) :102–105, 1999.
- [17] H. Saad, T. Douillard, A. Malchère, P. Steyer, S. Meille, S. Deville, B. Reynard. *Toughening mechanisms in nacre-like alumina revealed by in-situ imaging of stress*, Journal of the European Ceramic Society, Elsevier, 42(14), 6757-6761, 2022.
- [18] A. L. Schawlow. *Fine Structure and Properties of Chromium Fluorescence in Aluminium and Magnesium Oxide*, Advances in Quantum Electronics, Pergamon Press, 50–63, 1961.
- [19] P. Weissgraeber, D. Leguillon, W. Becker. *A review of Finite Fracture Mechanics : Crack initiation at singular and non-singular stress-raisers*, Archive of Applied Mechanics, Springer, 86 :375–401, 2016.
- [20] H.-L. Wu, H. Li, D. Cao, Y. Qiu, D. Wan, Y. Bao. *The Effects of Compressive Residual Stress on Properties of Kyanite-Coated Zirconia Toughened Alumina Ceramics*, Materials, MDPI, 16(17) :6071, 2023.