

Modélisation de la rupture des composites tissés 3D exhibant un effet d'échelle énergétique

A. Montazel^{1,2,3}, J. Yvonnet², J. Rannou¹, F. Laurin¹, S. Mousillat³

¹ DMAS, ONERA, Université Paris-Saclay, 92320, Châtillon, France, arthur.montazel@onera.fr, johann.rannou@onera.fr, frederic.laurin@onera.fr

² Laboratoire de Modélisation et de Simulation Multi-Échelle, CNRS UMR 8208, Université Gustave Eiffel, 77454, Marne-la-Vallée, France, julien.yvonnet@univ-Eiffel.fr

³ Safran Aircraft Engines, Rond-point René Ravaud, 77550, Moissy-Cramayel, France, sylvain.mousillat@safrangroup.com

Résumé — Dans ce travail, nous étudions la rupture quasi-fragile de composites tissés 3D à matrice organique présentant un effet d'échelle énergétique. Pour modéliser cet effet observé expérimentalement aussi bien en traction qu'en compression, nous utilisons un modèle d'endommagement continu couplé avec une méthode de régularisation non-locale. Les paramètres du modèle sont identifiés sur des essais de type Double Edge Notched Tension/Compression, Compact Tension/Compression, pour différentes tailles d'éprouvettes.

Mots clefs — Rupture, méthode de régularisation, effet d'échelle.

1. Introduction

1.1. Contexte

Depuis de nombreuses années, Safran développe et produit des matériaux composites à matrice organique tissés 3D (CMO T3D), pour la fabrication des pièces critiques de moteurs, telles que les aubes de soufflantes ou le carter de rétention du moteur LEAP. Le choix d'un matériau de type composite pour la réalisation de telles pièces se justifie par les excellentes propriétés mécaniques spécifiques qu'il offre, et la possibilité de réaliser « near-net-shape » des pièces de formes complexes. Le parti pris d'une architecture composite dite tissée 3D se justifie par l'amélioration de la résistance au délaminage. En conséquence, les pièces réalisées en CMO T3D bénéficient d'une meilleure résistance à l'impact par rapport aux composites stratifiés classiques.

Le dimensionnement de ces nouvelles pièces structurales réalisées en CMO T3D pour les prochains programmes moteur se base sur une méthode de dimensionnement semi-empirique, qui s'appuie encore majoritairement sur des campagnes d'essais. Pour contribuer à améliorer les méthodes de dimensionnement du bureau d'études de Safran Aircraft Engines, il est nécessaire de mieux comprendre le comportement du matériau afin de proposer des modèles qui permettent de décrire fidèlement le comportement de ces pièces soumises à des chargements complexes (impact d'oiseau, perte aube). Dans le cas des aubes FAN, une sollicitation de flexion alternée peut générer de forts gradients de contraintes en traction et en compression, induisant successivement des endommagements, puis une rupture progressive de la pièce. Dans le cas du CMO T3D, la rupture en compression, précédée de faibles endommagements matriciels, est un point clé pour le dimensionnement de pièces moteur de prochaine génération.

Pour l'étude en compression du CMO T3D, les travaux de thèse d'Antoine Hurmane [1] ont permis de mieux comprendre le comportement élastique puis endommagé du matériau, en allant jusqu'aux mécanismes provoquant la ruine instantanée de plaques lisses. Les travaux de thèse de Victor Médeau

[2], basés sur les modèles à longueur interne introduites dans [3], ont permis d'identifier les méthodes numériques de régularisation du problème adoucissant de la rupture susceptibles de retranscrire l'effet d'échelle énergétique observé en traction.

Notre étude s'inscrit dans la continuité de ces travaux de recherche. Il s'agit dans un premier temps de mieux comprendre la rupture des torons de fibres en compression, qui se manifeste par l'établissement d'une *kink-band* (i.e. *rupture locale par plissement des fibres* au sein du matériau) et d'en proposer une modélisation adaptée dans un formalisme d'endommagement continu, prenant en compte les effets du *crushing* (i.e. *écrasement des fibres*). Dans un second temps, nous proposons un modèle de régularisation non-local à deux longueurs internes pour délocaliser les forces thermodynamiques associées aux effets de la rupture de fibre en traction et en compression. Une fois le modèle matériau implémenté dans le code Z-Set (codéveloppé par l'École de Mines de Paris et par l'ONERA), la résolution du problème élément finis est assurée par une méthode de résolution alternée ([3]) résolvant successivement un problème mécanique et un problème d'endommagement.

1.2. Effets d'échelle énergétique

La rupture au sein d'un matériau composite peut être décrite à l'aide d'une approche énergétique telle que proposée historiquement par Griffith [4]. Cette approche, dite de la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture (MLER), définit G_c , le taux de restitution d'énergie critique, comme le paramètre décrivant la capacité d'un matériau à résister à l'avancée d'une fissure. Dans le cadre de la MLER, G_c est considéré comme étant une propriété matériau indépendante de la taille et de la forme de la structure, et peut donc être caractérisé par des essais de propagation de fissure sur éprouvette. Cette théorie n'est valide que lorsque les sources de dissipation (autres que la création de nouvelle surface de fissure) liées aux concentrations de contrainte en pointe de fissure sont confinées dans une Fracture Process Zone (FPZ) dont la taille est négligeable devant celle de la structure considérée et de la fissure elle-même. Or, les travaux de Victor Médeau [2] ont montré que pour le matériau composite de notre étude, la zone de non-linéarité en pointe de fissure n'est pas négligeable devant la taille des pièces testées. Ainsi, il en résulte un effet d'échelle sur la mesure du G_c en traction : la taille et la forme de la structure influent sur la mesure du G_c apparent, et invalide le cadre de la MLER. En conséquence, l'identification de G_c sur des éprouvettes est plus complexe.

Puisque des essais de caractérisation à l'échelle de la pièce ne sont pas envisageables, Médeau et al. [2] ont proposé d'exploiter des lois de similitude afin d'identifier le G_c du CMO T3D en traction. À l'aide d'essais sur des éprouvettes de tailles variables, les paramètres d'une loi d'échelle à longueur interne sont identifiés. Cette longueur interne semble dépendre de la microstructure du matériau et du chargement appliqué, et permet de définir une taille caractéristique de transition dans la loi d'échelle. La loi d'échelle permet de faire le lien entre l'approche locale par critère formulé en contrainte, qui est valide pour les structures de petite taille où la taille de FPZ n'est pas négligeable devant la taille de la structure, et l'approche énergétique, valide pour les grandes tailles car la FPZ est confinée en pointe de fissure. Exprimée en termes de contrainte à rupture ou de taux de restitution d'énergie critique, la loi permet ensuite d'extrapoler une valeur de G_c pour les structures de grandes tailles.

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{G_b E'} + \sigma_r \sqrt{W} \left(\gamma + \frac{c_b}{W} \gamma' \right)}{\sqrt{W} \left(g + \frac{c_b}{W} g' \right)} \quad (1)$$

Dans le cas de la compression, la loi d'échelle à longueur interne (1) fait intervenir la contrainte résiduelle de *crushing*, notée σ_r . Cette contrainte, absente dans le cas de la traction, est supposée être une grandeur matériau caractéristique de la *kink-band* déterminée à partir d'essais spécifiques ([5]). Dans cette loi d'échelle, W représente la taille caractéristique de la structure, E' est le module élastique

effectif pour un matériau orthotrope ([6]), et c_b est une longueur interne liée à la taille de la FPZ. γ et g sont des fonctions de forme qui traduisent l'influence de la géométrie de la structure sur le champ de contrainte en pointe de fissure. G_b joue un rôle similaire au taux de restitution d'énergie critique, il correspond à l'énergie consommée pour créer une nouvelle surface équivalente lors de la rupture par kinking de fibres.

Pour l'identification de G_b , il faut tenir compte non seulement de la taille et de la forme des éprouvettes testées W , mais aussi de l'influence de σ_r . En ce sens, l'expression de la loi d'échelle proposée en (1) nous permet d'identifier G_b . La pertinence de cette loi introduisant σ_r a ouvert la voie à une reformulation de notre modèle d'endommagement en compression afin de dissocier l'énergie dissipée par le kinking de torons de fibres de celle dissipée lors de la phase de *crushing*.

Cet article a pour objectif de présenter les modifications apportées au modèle d'endommagement en compression et à la méthode de régularisation à deux longueurs internes associée pour reproduire fidèlement l'effet d'échelle notable sur le G_c en traction et en compression.

2. Modèle d'endommagement en compression

L'utilisation d'un modèle d'endommagement continu permet de décrire la détérioration progressive du matériau. Pour cela, nous nous basons sur le modèle Onera Damage Model (ODM) développé à l'Onera ([1], [2], [7], [8]) pour répondre aux spécificités des composites tissés 3D. L'objectif de notre modèle est de rendre compte des effets irréversibles des fissurations matricielles et des ruptures de torons en traction et en compression. Ces effets sont décrits par des variables d'endommagements scalaires qui affectent le comportement global du matériau en pénalisant la souplesse, intervenant dans l'écriture de la loi de comportement reliant la contrainte à la déformation (2). Les forces motrices des endommagements sont formulées en garantissant le respect du cadre thermodynamique.

$$\underline{\sigma} = \underline{\tilde{C}} : \underline{\varepsilon} - \underline{C}_0 : \underline{\varepsilon}_r \quad \text{avec} \quad \underline{\tilde{C}} = \underline{\tilde{S}}^{-1} \quad \text{et} \quad \underline{\tilde{S}} = \underline{S}_0 + \sum_{i=(1,2)} d_i \underline{H}_i^m + D_i^t \underline{H}_i^t + D_i^c \underline{H}_i^c \quad (2)$$

Les variables d'endommagement d_i , D_i^t et D_i^c définissent respectivement les effets de l'endommagement matriciel, de la rupture de torons en traction et de la rupture de torons en compression dans les directions chaîne (indice 1) et trame (indice 2). Ils sont associés aux tenseurs des effets H_i^m , H_i^t et H_i^c qui pénalisent certaines composantes du tenseur des souplesses élastiques du matériau sain S_0 en fonction de la direction du matériau endommagé. Les effets de la rupture des torons sont considérés toujours actifs, tandis que les effets de l'endommagement matriciel sont en partie désactivés en compression, lorsque les fissures matricielles se referment.

En compression, dans le cas de la rupture par kinking de torons de fibres, il a été observé expérimentalement que la courbe de réponse macroscopique force/déplacement d'un essai instable ou stable exhibait un plateau résiduel post-rupture. En s'inspirant de ces observations et de la formulation d'autres modèles pour la compression disponibles dans la littérature ([9]), une modification de l'écriture de D_i^c , initialement similaire à celle de D_i^t , est proposée (expression (3)). Elle permet de reproduire explicitement le comportement asymptotique de type plateau résiduel dans l'écriture de la relation $\sigma(\varepsilon)$ lorsque le niveau de déformation en compression continue d'augmenter.

$$D_i^{cE} = A_i \left(1 - \exp \left[-B_i^c \left\langle \varepsilon_{i,eq}^{c \max} - \varepsilon_{i0}^c \right\rangle_+ \right] \right) \quad \text{avec} \quad D_i^c = \frac{D_i^{cE}}{1 - D_i^{cE}} \quad \text{et} \quad A_i = 1 - \frac{\sigma_{i,res}}{C_{ii}^0 \varepsilon_{i0}^c} \quad (3)$$

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_r = \sum_{i=(1,2)} (1 - A_i) \frac{\underline{\dot{\varepsilon}}_{i,eq}^{c \max}}{\underline{\varepsilon}_{i,eq}^{c \max}} * \underline{\underline{H}}_i^c : \underline{\underline{C}}_0 : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (4)$$

Avec l'évolution de la déformation équivalente maximale en compression $\underline{\varepsilon}_{i,eq}^{c \max}$, D_i^{cE} atteint une saturation, paramétrée par la contrainte résiduelle de *crushing* $\sigma_{i,res}$.

Dès que D_i^{cE} croît au-delà du seuil de rupture fibre en compression $\underline{\varepsilon}_{i0}^c$, la déformation résiduelle de *crushing* ε_r croît afin de garantir l'évolution de la contrainte vers le plateau résiduel souhaité. Expérimentalement, cette déformation résiduelle de *crushing* représente la déformation permanente de l'échantillon *post-crushing*. ε_r est calculée de manière incrémentale en fonction de $\sigma_{i,res}$ (expression (4)). Notons que la formulation garantit que le modèle est thermodynamiquement admissible.

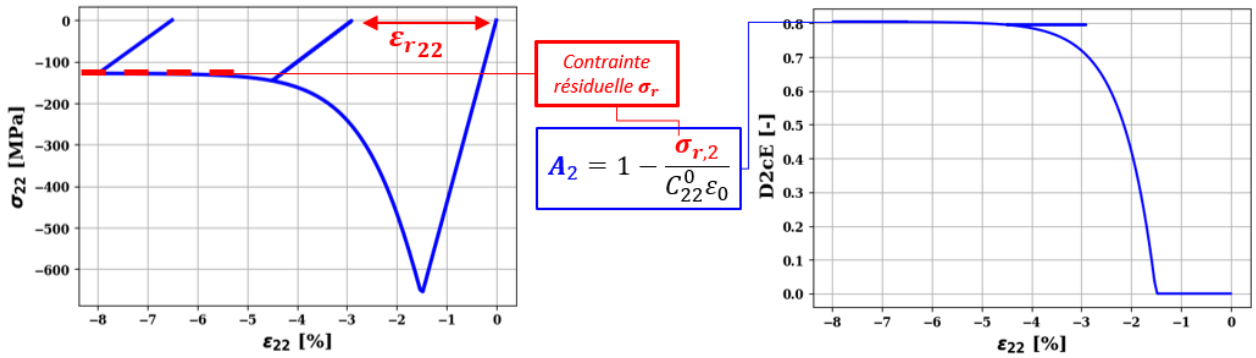


Figure 1 – Effet de la rupture fibre en compression en sens trame ($i=2$) sur un point matériel et évolution de la variable d'endommagement associée.

En introduisant ε_r , dissocié de D_i^c , on peut respectivement dissocier les effets du *crushing* des effets de la rupture de torons par kinking de fibres, il est alors possible de calculer séparément les énergies dissipées par ces deux mécanismes. On peut dès lors envisager d'utiliser le modèle pour estimer une valeur de G_b à l'aide d'une comparaison essai/calcul sur une seule éprouvette. Sans l'utilisation du modèle, il n'est pas possible d'obtenir une mesure expérimentale directe de G_b à partir d'un seul essai ([10]).

Pour l'identification des paramètres du modèle, des essais de caractérisation multi-instrumentés sur éprouvettes haltères en traction et barreaux en compression, en sens chaîne, trame et hors-axe à 45° ont été réalisés. Seuls les paramètres de la cinétique d'adoucissement de l'effet des ruptures de torons en traction et en compression, de la contrainte résiduelle de *crushing* ainsi que les longueurs internes du modèle non-local doivent être identifiés à partir d'essais plus complexes.

3. Méthode de régularisation à longueur interne

Le modèle introduit un comportement adoucissant pour tenir compte de l'effet de la rupture de torons, en traction et en compression dans les sens chaîne et trame du matériau. Numériquement, ce comportement a des conséquences néfastes lors du passage au calcul de structure par éléments finis car il induit, entre autres, la localisation de la fissuration dans une seule rangée d'éléments et empêche la convergence à la taille de maille. Pour pallier ce problème, certaines méthodes de régularisation permettent de délocaliser la quantité à l'origine de l'adoucissement en introduisant une longueur caractéristique (ou interne ([3], [11])). La méthode non-locale à gradient implicite (appliquée sur $\underline{\varepsilon}_{2,eq}^t$ dans l'expression (5)) introduit une longueur caractéristique, grâce à laquelle l'évolution de la contrainte à rupture en fonction la taille de la structure n'évolue plus comme en MLER ([12]), comme expliqué en

introduction. Cela permet de reproduire l'effet d'échelle à longueur interne observé expérimentalement en traction ([2]).

Le choix a été fait de délocaliser les causes de l'adoucissement, c'est-à-dire la déformation équivalente (non bornée), à interpréter comme la force motrice de la rupture des torons. La déformation

$$\bar{\varepsilon}_{2,eq}^t - l_{t,2}^2 \nabla^2 \bar{\varepsilon}_{2,eq}^t = \varepsilon_{2,eq}^t \quad (5)$$

équivalente de la rupture de torons en traction $\varepsilon_{2,eq}^t$ est délocalisée sur une longueur caractéristique $l_{t,2}$ et la quantité délocalisée est notée $\bar{\varepsilon}_{2,eq}^t$. Pour la compression, une équation similaire régit la délocalisation de $\varepsilon_{2,eq}^c$ avec une longueur caractéristique $l_{c,2}$.

Pour la résolution du problème élément finis, nous utilisons une résolution alternée avec Python ([3]) faisant communiquer deux calculs éléments finis Z-Set, résolvant respectivement le problème mécanique et le problème de Helmholtz régissant la délocalisation des déformations équivalentes (équation (5)). Ce second problème nécessite l'implémentation d'éléments finis dédiés portant deux degrés de liberté par nœud pour résoudre la délocalisation de $\varepsilon_{2,eq}^t$ et $\varepsilon_{2,eq}^c$.

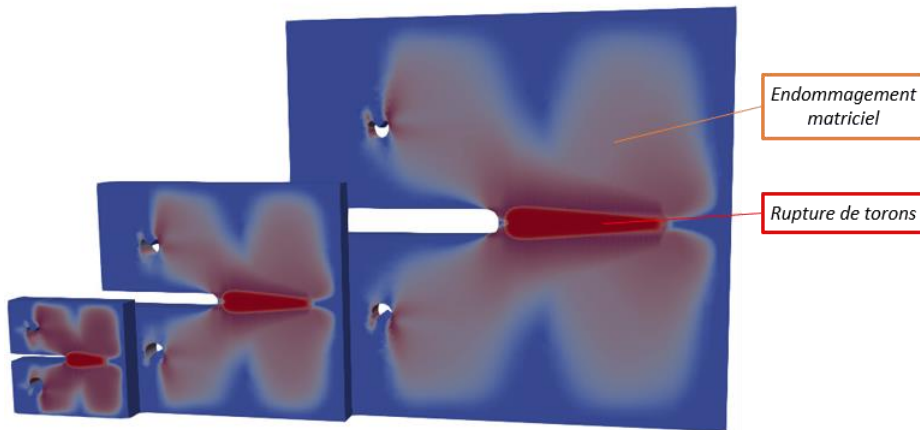


Figure 2 – Cartographies des variables associées au rupture de torons et à l'endommagement matriciel en sens trame, pour trois tailles d'éprouvettes Compact Tension.

Dans le cas de la traction, l'identification des paramètres du modèle et des longueurs internes a permis de simuler des éprouvettes à propagation stable de type Compact Tension (Figure 2) et instables de type Double Edge Notched Tension, testées en laboratoire. Dans le cas de la compression, les paramètres équivalents ont également pu être identifiés, mais seule une comparaison aux essais Double Edge Notched Compression est possible, car les essais Compact Compression n'ont pas encore été réalisés. Ces comparaisons montrent que le modèle ODM couplé avec une méthode non-locale devrait permettre de prévoir la contrainte à rupture d'éprouvettes complexes de différentes tailles en traction.

4. Conclusion

L'utilisation du modèle d'endommagement continu ODM couplé avec une méthode de régularisation non-locale permet de simuler numériquement les effets d'échelle énergétiques observés expérimentalement lors de la rupture de torons de fibre en traction et en compression. Ce modèle devrait permettre d'estimer la contrainte à rupture du matériau, pour les deux modes de sollicitation.

La spécificité du mode de rupture par kinking de torons de fibre en compression nous a conduit à modifier le modèle ODM, ouvrant la voie à une estimation du taux de restitution d'énergie critique en propagation des ruptures de torons de fibres en compression à partir d'une comparaison essai/calcul sur des essais de type Compact Compression, avec la prise en compte explicite de la contrainte de *crushing* observée expérimentalement.

Références

- [1] A. Hurmane, F.-X. Irisarri, F. Laurin, S. Leclercq, and M. Benzeggagh, 'Analyse de la tenue d'éprouvettes trouées composites tissées 3D sous sollicitations de compression au moyen d'un dialogue essais/calculs', *Matériaux et Techniques*, vol. 104, no. 403, p. pages 1-11, 2016, doi: 10.1051/mattech/2016034.
- [2] V. Médeau, 'Rupture des composites tissés 3D : de la caractérisation expérimentale à la simulation robuste des effets d'échelle', Thèse de doctorat de l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, 2019.
- [3] J. Rannou and C. Bovet, 'Domain decomposition methods and acceleration techniques for the phase field fracture staggered solver', *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2023, doi: 10.1002/nme.7544.
- [4] A. A. Griffith, 'VI. The phenomena of rupture and flow in solids', in *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 221, in Series A, vol. 221. , pp. 163–198.
- [5] D. Dalli, G. Catalanotti, L. F. Varandas, B. G. Falzon, and S. Foster, 'Compressive intralaminar fracture toughness and residual strength of 2D woven carbon fibre reinforced composites: New developments on using the size effect method', *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 106, no. 102487, Apr. 2020, doi: 10.1016/j.tafmec.2020.102487.
- [6] G. Bao, S. Ho, Z. Suo, and B. Fan, 'The role of material orthotropy in fracture specimens for composites', *International Journal of Solids and Structures*, vol. 29, no. 9, pp. 1105–1116, Jan. 1992, doi: 10.1016/0020-7683(92)90138-J.
- [7] C. Garcia, A. Hurmane, F.-X. Irisarri, F. Laurin, S. Leclercq, and R. Desmorat, 'Experimental analysis and damage modeling of the shear-out failure mode of a 3D woven composite lug', *Composite Structures*, vol. 261, 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2020.113522.
- [8] F. Laurin, 'Transfert vers l'industrie de modèles avancés pour la prévision de la tenue de structures composites aéronautiques', Habilitation à diriger des recherches de l'ENS Cachan, 2015.
- [9] J. Mazars, 'A description of micro- and macroscale damage of concrete structures', *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 25, no. 5, pp. 729–737, 1986, doi: 10.1016/0013-7944(86)90036-6.
- [10] C. Bovet, 'Mécanique de la rupture des composites : délaminage et fissuration', *Techniques de l'ingénieur*, vol. Systèmes aéronautiques et spatiaux, 2019.
- [11] R. H. J. Peerlings, R. De Borst, W. a. M. Brekelmans, and J. H. P. De Vree, 'Gradient Enhanced Damage for Quasi-Brittle Materials', *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 39, no. 19, pp. 3391–3403, 1996, doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(19961015)39:19<3391::AID-NME7>3.0.CO;2-D.
- [12] Z. P. Bažant, 'Scaling Laws in Mechanics of Failure', *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 119, no. 9, pp. 1828–1844, Sep. 1993, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1993)119:9(1828).