

# Détermination de Solutions Périodiques par Equilibrage Harmonique pour la Prédiction du Bruit de Crissement Ferroviaire en Courbe

J.Arango Montoya<sup>1,2,3</sup>, O. Chiello<sup>2</sup>, J.J. Sinou,<sup>3</sup> R. Tufano<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Vibratec, Business Unit Ferroviaire, 28 Chemin du Petit Bois, 69131 Écully Cedex, France, jacobo.arangomontoya@vibratec.fr / anna-rita.tufano@vibratec.fr*

<sup>2</sup> *Univ Gustave Eiffel, CEREMA, Univ Lyon, UMRAE, Lyon F-69675, France, olivier.chiello@univ-eiffel.fr*

<sup>3</sup> *Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS), UMR 5513, École Centrale Lyon, 35 avenue Guy de Collongue, 69134 Écully Cedex, France, jean-jacques.sinou@ec-lyon.fr*

**Résumé** — Cet article traite du bruit de crissement des véhicules ferroviaires en courbe, phénomène causé principalement par le glissement latéral roue/rail. Les méthodes temporelles classiques pour déterminer les cycles limites des vibrations non linéaires auto-entretenues associées à ce bruit sont coûteuses en calcul. Cet article propose une méthode fréquentielle compatible avec une logique de type ingénierie et permettant de déterminer directement des cycles limites à régime périodique multi-harmonique. Une analyse paramétrique évalue enfin l'influence du frottement sur les caractéristiques du crissement.

**Mots clés** — crissement en courbe, méthode de d'équilibrage harmonique, analyse paramétrique, domaine fréquentiel, réceptances roue/rail, vibrations induites par le frottement.

## 1 Introduction

Le bruit de crissement émis par les véhicules ferroviaires dans les courbes serrées constitue fréquemment une source de nuisance pour les riverains. Un consensus scientifique identifie le glissement latéral entre la roue et le rail (dû à une inscription imparfaite du véhicule dans la courbe) comme étant la cause principale de ce phénomène vibro-acoustique. Son occurrence est généralement étudiée à travers une analyse de stabilité, mais cette dernière n'est pas suffisante pour prédire les cycles limites, c'est-à-dire l'amplitude des régimes stationnaires des vibrations auto-entretenues associées au phénomène, ainsi que la contribution des différents modes instables potentiels. Ce calcul, qui nécessite la prise en compte des non-linéarités du système, est souvent mené grâce à des méthodes basées sur l'intégration numérique des équations dynamiques du système dans le domaine temporel [2] ou sur la convolution des réponses impulsionnelles [8]. Cependant, ces approches présentent l'inconvénient majeur de consommer d'importantes ressources de calcul, car l'intégration doit couvrir une période suffisante pour atteindre un régime stabilisé.

Pour résoudre ce problème, certaines méthodes directes simplifiées [9, 3] ont été proposées. Par exemple, Chiello et al. [3] ont pu déterminer, sous l'hypothèse de réponse harmonique du système, l'amplitude de l'harmonique fondamentale à partir d'un bilan de puissance non linéaire exprimé à partir des mobilités roue/rail au point de contact dans le domaine fréquentiel. Le principal inconvénient est l'exclusion des harmoniques d'ordre supérieur, alors qu'il est connu que les non-linéarités du frottement favorisent leur présence. Le présent article propose une méthode fréquentielle qui permet le calcul direct des cycles limites associés au crissement ferroviaire. La méthode est appliquée à un modèle d'interaction roue/rail basé sur des réceptances calculées par éléments finis (pour la roue) et analytiquement (pour le rail) et les résultats sont validés par rapport à ceux obtenus par intégration temporelle. Les avantages majeurs de l'approche proposée sont la réduction considérable du temps de calcul, ainsi que la prise en compte d'un régime multi-harmonique.

## 2 Description du modèle

Le modèle d'interaction roue/rail présenté dans la figure 1 permet d'étudier le passage d'un véhicule ferroviaire dans une courbe serrée, où le désalignement de la roue et le rail crée un angle d'attaque  $\alpha$ .

L'interaction entre ces deux structures est considérée ponctuelle et se produisant entre le champignon du rail (pas de contact au boudin de la roue) et la roue intérieure de l'essieu menant d'un bogie du véhicule, cette dernière étant connue pour produire régulièrement du crissement. Un système de coordonnées euclidiennes se déplaçant avec la roue est attaché au point de contact. Le modèle comporte deux degrés de liberté, les directions normale et tangentielle (latérale), désignées respectivement par les indices  $n$  et  $t$ . La vitesse de roulement  $V_x$  est considérée constante durant la courbe et le comportement dynamique de l'essieu, ainsi que les effets de la rotation de la roue sur la réponse en fréquence de la roue, ne sont pas pris en compte dans le modèle.

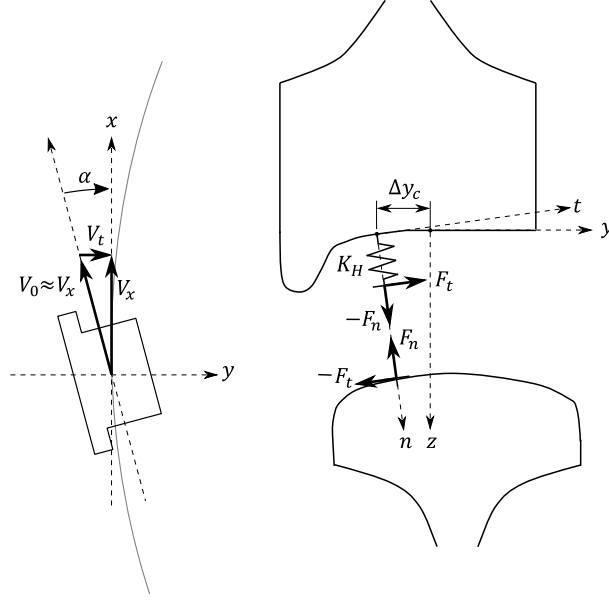


FIGURE 1 – Modèle d'interaction roue/rail pour le crissement en courbe.

Le modèle considère uniquement la partie dynamique des forces normales et tangentielles appliquées à la roue au point de contact, notées respectivement  $F_n$  et  $F_t$ . Elles sont obtenues en soustrayant des forces totales les valeurs à l'équilibre quasi-statique. Le contact normal roue/rail est modélisé par la raideur linéarisée de Hertz  $K_H$  (donnant la réceptance ponctuelle  $A_{c,nn} = 1/K_H$ ), tandis qu'un modèle de frottement de roulement est utilisé pour la force de frottement tangentielle :

$$F_n = -(K_H \Delta u_n) \quad (1)$$

$$F_t = \mu(s, N - F_n)(N - F_n) - \mu(\alpha, N)N \text{ avec } s \approx \alpha + \frac{\Delta v_t}{V_x} \quad (2)$$

où  $N$  correspond à la charge normale statique,  $\Delta u_n = u_{w,n} - u_{r,n}$  représente la variation de la déformation locale du contact due à la pénétration roue/rail et  $\Delta v_t = \frac{\partial}{\partial t} (u_{w,t} - u_{r,t})$  correspond à la composante dynamique de la vitesse de contact relative dans la direction latérale, avec  $u_w$  et  $u_r$  désignant respectivement les champs de déplacement dynamique de la roue et du rail. Le coefficient d'adhérence  $\mu$ , qui dépend du glissement latéral  $s$  et de  $F_n$ , est modélisé à l'aide de la loi de frottement non-linéaire proposée par Shen-Hedrick-Elkins [10] avec décroissance du frottement en régime saturé comme proposé dans [7], mais ce choix ne limite pas la généralité de l'équation (2). La décroissance de  $\mu$  est contrôlée par le coefficient  $\lambda$  [7].

### 3 Réceptances équivalentes et analyse de stabilité

Une caractéristique importante de la méthode proposée est la description de la roue et du rail par leurs réceptances au point de contact, ce qui suppose que les deux structures ont un comportement dynamique linéaire. Si l'on considère des oscillations harmoniques à la pulsation  $\omega$  pour les forces de contact, ainsi que pour les champs de déplacement de la roue et du rail, la réponse des structures dans le domaine fréquentiel peut être exprimée en utilisant leurs réceptances ponctuelles. Cette propriété, associée à l'équation (1), permet de travailler en termes d'amplitudes complexes et de déduire  $\hat{F}_n$  et  $\hat{F}_t$

en fonction du déplacement latéral roue/rail  $\Delta\hat{u}_t(\omega) = \hat{u}_{w,t}(\omega) - \hat{u}_{r,t}(\omega)$  et des réceptances normales et tangentielles équivalentes  $A_{n,eq}(\omega)$  et  $A_{t,eq}(\omega)$  :

$$\hat{F}_n(\omega) = A_{n,eq}^{-1}(\omega)\Delta\hat{u}_t(\omega) \quad (3)$$

$$\hat{F}_t(\omega) = A_{t,eq}^{-1}(\omega)\Delta\hat{u}_t(\omega) \quad (4)$$

avec

$$A_{t,eq}^{-1}(\omega) = [A_{tt}(\omega) - A_{tn}(\omega)A_{nn}^{-1}(\omega)A_{nt}(\omega)]^{-1} \quad (5)$$

$$A_{n,eq}^{-1}(\omega) = [A_{tn}(\omega) - A_{tt}(\omega)A_{nn}^{-1}(\omega)A_{nt}(\omega)]^{-1} \quad (6)$$

où  $A_{tt}, A_{nt} = A_{tn}$  et  $A_{nn}$  sont les réceptances totales de contact roue-rail.

De plus, comme le montrent par exemple [3, 5], une linéarisation près de l'équilibre quasi-statique de l'équation (2) permet d'exprimer  $\hat{F}_t(\omega)$  comme un système en boucle fermée avec une fonction de transfert  $H(\omega)$ , de sorte que  $\hat{F}_t(\omega) = H(\omega)\hat{F}_t(\omega)$ . La fonction  $H(\omega)$  est définie ainsi :

$$H(\omega) = \frac{N}{V_x} \frac{\partial \mu}{\partial s} \Big|_{s=\alpha, F_n=N} i\omega A_{t,eq}(\omega) + \left( N \frac{\partial \mu}{\partial F_n} \Big|_{s=\alpha, F_n=N} - \mu(\alpha, N) \right) A_{n,eq}^{-1}(\omega) A_{t,eq}(\omega) \quad (7)$$

Une analyse de stabilité est effectuée en appliquant le critère de Nyquist à  $H(\omega)$ , selon lequel les oscillations sont instables pour les fréquences  $\omega^s$  telles que  $\Im(H(\omega^s)) = 0$  et  $\Re(H(\omega^s)) > 1$ . Cette technique est utile pour trouver les fréquences des modes instables et donc déclencher des vibrations auto-entretenues (et par extension du bruit de crissement), mais elle ne donne aucune information sur l'amplitude de ces vibrations ni sur les contributions des différents modes instables et des harmoniques associées. L'approche présentée dans la section suivante permet de calculer cette amplitude.

## 4 Equilibrage harmonique avec condensation au contact

Dans la méthode proposée, la réponse auto-entretenue du système roue/rail (le déplacement relatif latéral roue/rail  $\Delta u_t$ ) est approximée par le biais d'une série de Fourier tronquée à  $N_h$  harmoniques. Cette hypothèse suppose un régime périodique multi-harmonique, où  $\omega_0$  désigne la fréquence fondamentale,  $a_k, b_k$  les coefficients de Fourier réels correspondant à l'harmonique  $k$ , tels que  $\Delta\hat{u}_t(k\omega_0) = a_k - ib_k$  :

$$\Delta\tilde{u}_t(\mathbf{x}, \omega_0, t) = a_0 + \sum_{k=1}^{N_h} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)) \quad (8)$$

où le vecteur  $\mathbf{x} = [a_0 \ a_1 \ b_1 \ \dots \ a_{N_h} \ b_{N_h}]^T$ , ainsi que la fréquence fondamentale  $\omega_0$  correspondent aux inconnues du problème. A noter que la fréquence fondamentale est une inconnue du problème du fait de la recherche des vibrations auto-entretenues pour lesquelles celle-ci peut être différente de la fréquence du mode instable obtenue lors de l'analyse de stabilité, ceci du fait de la mise en concurrence des non-linéarités.

L'utilisation de l'approximation périodique multi-harmonique de l'équation (8) conduit à des expressions distinctes pour la force tangentielle « interne », qui est dérivée d'une reconstruction multi-harmonique dans le domaine temporel du comportement dynamique linéaire de la roue, du rail et du contact normal :

$$\tilde{F}_t^{int}(\mathbf{x}, \omega_0, t) = \sum_{k=0}^{N_h} \Re \left( A_{t,eq}^{-1}(k\omega_0) \Delta\hat{u}_t(k\omega_0) e^{ik\omega_0 t} \right) \quad (9)$$

et pour la force tangentielle « externe », c'est-à-dire la force de frottement donnée par la loi non linéaire de frottement/glisement (2) où le glissement approximé  $\tilde{s}(\mathbf{x}, \omega_0, t)$  et la force normale  $\tilde{F}_n^{int}(\mathbf{x}, \omega_0, t)$  sont également calculées via une reconstruction multi-harmonique dans le domaine temporel, de manière similaire à (9) :

$$\tilde{F}_t^{ext}(\mathbf{x}, \omega_0, t) = \mu(\tilde{s}, N - \tilde{F}_n^{int})(N - \tilde{F}_n^{int}) - \mu(\alpha, N)N \quad (10)$$

Pour un  $\omega_0$  donné, la méthode d'équilibre harmonique (HBM, voir [4]) consiste à trouver les coefficients de Fourier optimaux  $a_k, b_k$  en appliquant une procédure de Galerkin au résidu  $R(\mathbf{x}, \omega_0, t) =$

$\tilde{F}_t^{int}(\mathbf{x}, \omega_0, t) - \tilde{F}_t^{ext}(\mathbf{x}, \omega_0, t)$  qui existe entre les forces internes et externes. Cela implique d'effectuer une projection orthogonale de  $R(\mathbf{x}, \omega_0, t)$  sur  $N_{DDL}(2N_h + 1)$  fonctions de forme cosinus et sinus, où  $N_{DDL}$  est le nombre de degrés de liberté non-linéaires considérés (1 dans le cas ici présenté, correspondant à la direction tangentielle). Cette procédure permet d'obtenir un système de  $N_{DDL}(2N_h + 1)$  équations algébriques à résoudre numériquement. De plus, afin d'éviter la convergence du solveur vers la solution triviale (pas de réponse auto-entretenu), une technique similaire à celle proposée dans [6], est effectuée, où la normalisation du système par la première harmonique de la force interne,  $|\hat{F}_1^{int}| = A_{t,eq}^{-1}(\omega_0)a_1$ , garantit la convergence vers une solution non-nulle  $a_1 \neq 0$ . Le système final s'écrit :

$$\frac{\mathbf{A}(\omega_0)\mathbf{x} - \mathbf{b}(\omega_0, \mathbf{x})}{|\hat{F}_1^{int}|} = \mathbf{0} \quad (11)$$

où  $\mathbf{A}(\omega_0)$  est la matrice de raideur dynamique diagonale par blocs du système, chaque bloc constitutif  $\mathbf{A}_k$  étant défini comme suit :

$$A_0 = A_{t,eq}^{-1}(0) \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_k(\omega_0) = \begin{bmatrix} \Re(A_{t,eq}^{-1}(k\omega_0)) & \Im(A_{t,eq}^{-1}(k\omega_0)) \\ -\Im(A_{t,eq}^{-1}(k\omega_0)) & \Re(A_{t,eq}^{-1}(k\omega_0)) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Dans l'équation (11), le produit  $\mathbf{A}(\omega_0)\mathbf{x}$  est dérivé de la projection des forces internes  $\tilde{F}_t^{int}(\mathbf{x}, \omega_0, t)$  sur les fonctions de forme, tandis que le vecteur  $\mathbf{b}(\omega_0, \mathbf{x}) = [g_0 \ g_1 \ h_1 \ \dots \ g_{N_h} \ h_{N_h}]^T$  est dérivé de la projection des forces externes  $\tilde{F}_t^{ext}(\mathbf{x}, \omega_0, t)$ . Ce dernier est dérivé toutefois d'un calcul moins simple, car les non-linéarités liées au frottement se présentent explicitement dans le domaine temporel. Pour résoudre ce problème, la technique d'alternance temps-fréquence proposée par Cameron et Griffin [1] est implémentée : les composantes fréquentielles  $g_k, h_k$  de  $\tilde{F}_t^{ext}$  sont extraites à l'aide d'une transformée de Fourier discrète (FFT), de telle sorte que :

$$g_k - ih_k = (\mathcal{F}(\tilde{F}_t^{ext}(\mathbf{x}, \omega_0, t_j)))_k \quad (14)$$

où  $(\mathcal{F}(\cdot))_k$  désigne la composante  $k$  de la transformée de Fourier discrète, et les forces de frottement externes  $\tilde{F}_t^{ext}(\mathbf{x}, \omega_0, t_j)$  sont calculées à l'aide de l'équation non linéaire (10) pour un nombre fini d'échantillons  $t_j$ . Le système est auto-entretenu, par conséquent une condition de phase  $b_1 = 0$  est ajoutée au système (11) afin d'éviter d'obtenir un système indéterminé, la fréquence fondamentale  $\omega_0$  étant inconnue. La méthode de Newton-Raphson est enfin utilisée pour résoudre le système non linéaire résultant de dimensions  $2N_h + 1$ .

## 5 Validation pour un modèle ferroviaire

L'approche proposée est testée dans le cas d'une roue de métro monobloc en acier d'un diamètre de 0,86 m, roulant en courbe à une vitesse de  $V_x = 30$  km/h et formant un angle d'attaque de  $\alpha = 11$  mrad avec le rail. Les réceptances de la roue sont obtenues par superposition modale à partir de sa base modale, calculée par la méthode des éléments finis (voir figure 2) dans la gamme de fréquences de 0 à 6250 Hz. Les réceptances du rail, quant à elles, sont obtenues analytiquement en modélisant la voie comme une poutre d'Euler reposant sur des traverses par l'intermédiaire de semelles élastiques. La voie considérée consiste en un rail UIC60 sur des traverses biblocs avec des semelles souples. Les paramètres clés liés au frottement sont le coefficient de frottement statique  $\mu_0$  et le coefficient de décroissance  $\lambda$ , qui sont respectivement fixés à 0,3 et 0,2 pour la configuration de référence.

### 5.1 Analyse de stabilité

L'application du critère de Nyquist à la fonction de transfert  $H(\omega)$  de l'équation 7 a révélé 10 fréquences instables, dont la plupart peuvent être associées à des modes axiaux de roue avec 0 cercle nodal et  $n$  diamètres nodaux (modes dits « 0Ln »). Le gain de Nyquist  $\Re(H(\omega))$ , tracé en points noirs sur la figure 3 (la réceptance latérale de la roue  $y$  est également représentée avec un trait rouge) permet de quantifier le degré d'instabilité des fréquences instables.

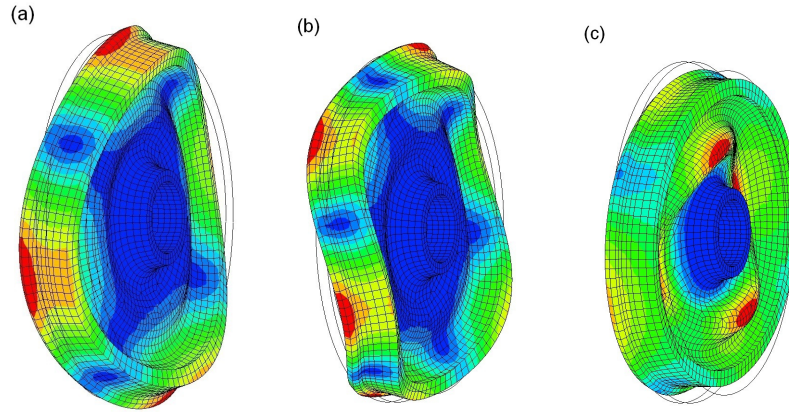


FIGURE 2 – Déformées modales de modes de roue calculés par éléments finis : mode axial 0L2 (a); mode axial 0L3 (b); mode radial R2 (c).

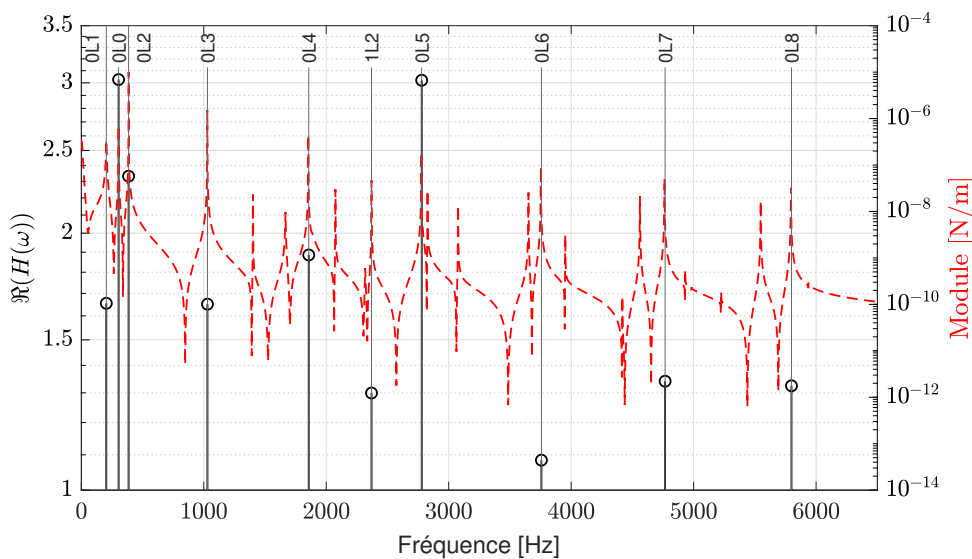


FIGURE 3 – Gain de Nyquist des fréquences instables ("o"), réceptance latérale de la roue au point de contact (rouge, pointillé).

## 5.2 Intégration numérique dans le domaine temporel

Afin d'obtenir une solution de référence pour valider l'approche présentée ici, une intégration numérique dans le temps est effectuée en appliquant une convolution des fonctions de Green (ou réponses impulsionnelles) du système avec les forces de contact  $F_n(t)$  et  $F_t(t)$ . La méthode proposée dans [8] est utilisée, mais avec le modèle de contact ponctuel considéré ici. Une petite impulsion de force initiale est appliquée au point de contact, ajustée pour produire une vitesse latérale initiale  $\Delta v_{t,0} = 0,1 \times \alpha V_x$  et un déplacement nul.

L'évolution de la vitesse latérale relative roue/rail sur 2 s d'intégration est représentée sur la figure 4(a), tandis que le portrait de phases (vitesse vs. déplacement) de l'ensemble de la simulation est présenté dans la figure 4(b), la condition initiale étant représentée par un « x »; la figure 5 montre l'évolution des composantes fréquentielles de la réponse du système pendant la simulation temporelle. Au cours des premiers 0.25s, toutes les instabilités du système sont excitées, jusqu'à ce que l'une d'elles, dans ce cas celle correspondant au mode de roue 0L2 (386,7 Hz), finisse par dominer. A partir de ce point, il est possible d'observer un régime périodique multi-harmonique dominé par ce mode en particulier. Dans le portrait de phases de la figure 4(b), ce régime établi correspond à l'ellipse irrégulière surlignée en noir. Ces irrégularités attestent par ailleurs de la présence des harmoniques d'ordre supérieur dans la réponse.

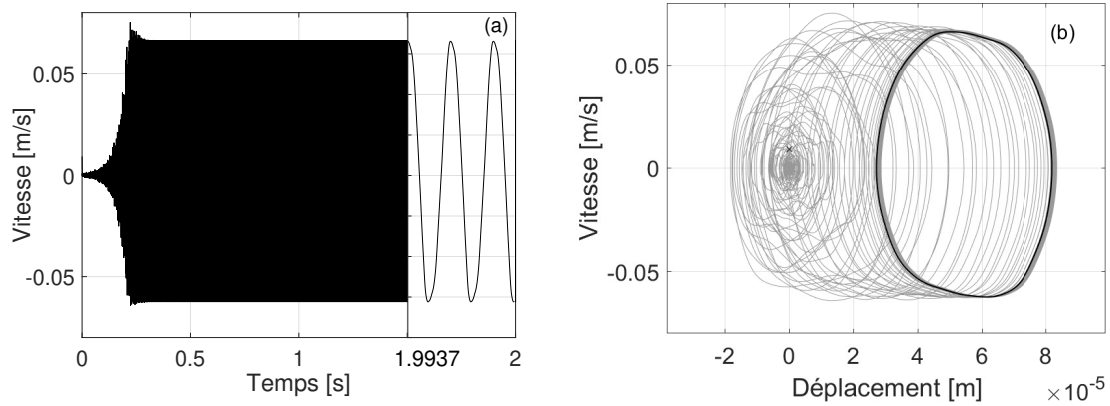


FIGURE 4 – Evolution de la vitesse latérale relative roue/rail (a), portrait de phases de la réponse du système (b).

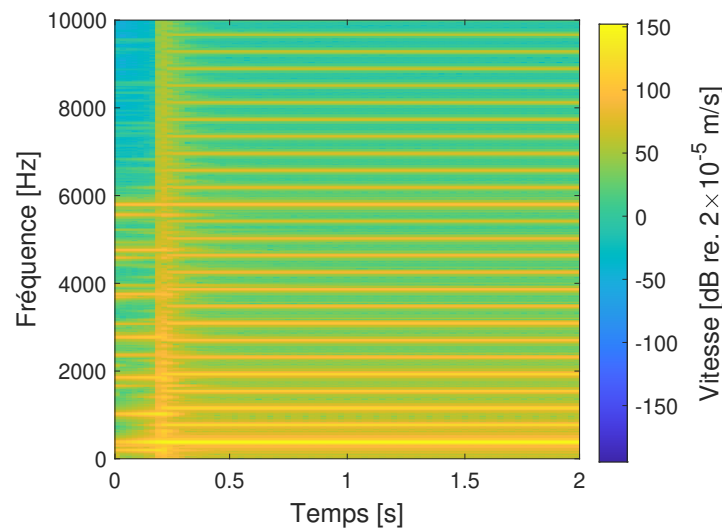


FIGURE 5 – Evolution des composantes fréquentielles de la réponse du système (vitesse relative roue/rail).

### 5.3 Validation de la méthode proposée

La résolution numérique du système (11) est effectuée en utilisant une estimation initiale  $\omega_0^{(0)} = \omega_{0L2}^s$  et  $a_1^{(0)} = \alpha V_x / \omega_0^{(0)}$ , ce qui correspond respectivement à la fréquence propre du mode instable 0L2 et à la vitesse de glissement latéral roue/rail. Les autres inconnues sont initialisées à zéro :  $a_k^{(0)} = b_k^{(0)} = 0$ ,  $k = \{2, \dots, N_h\}$ . Un nombre  $N_h = 10$  d'harmoniques est utilisé pour la base de calcul. Une comparaison détaillée entre le cycle limite obtenu par intégration numérique, qui est extrait des signaux dans le domaine temporel, et le cycle limite obtenu avec l'approche proposée est présentée dans la figure 6. Elle montre une très bonne corrélation entre les deux, tant dans le domaine temporel (a) que dans le domaine fréquentiel (b). Plus précisément, une valeur de 0,03% est obtenue pour l'erreur quadratique relative calculée sur les premières harmoniques  $N_h$  des spectres de vitesse de (b). La convergence de l'algorithme est obtenue après 11 minutes, ce qui contraste avec le calcul par intégration temporelle, qui a nécessité plusieurs heures. La durée du calcul temporel est justifiée par le pas de temps assez fin utilisé afin de représenter correctement le comportement du système en haute fréquence. Enfin, bien que les résultats ne soient pas présentés ici, l'algorithme s'est avéré convergent pour chacune des fréquences instables issues de l'analyse de stabilité et une validation par rapport à l'intégration numérique a été effectuée pour certaines d'entre elles en utilisant des conditions initiales spécifiques, obtenant des performances similaires.

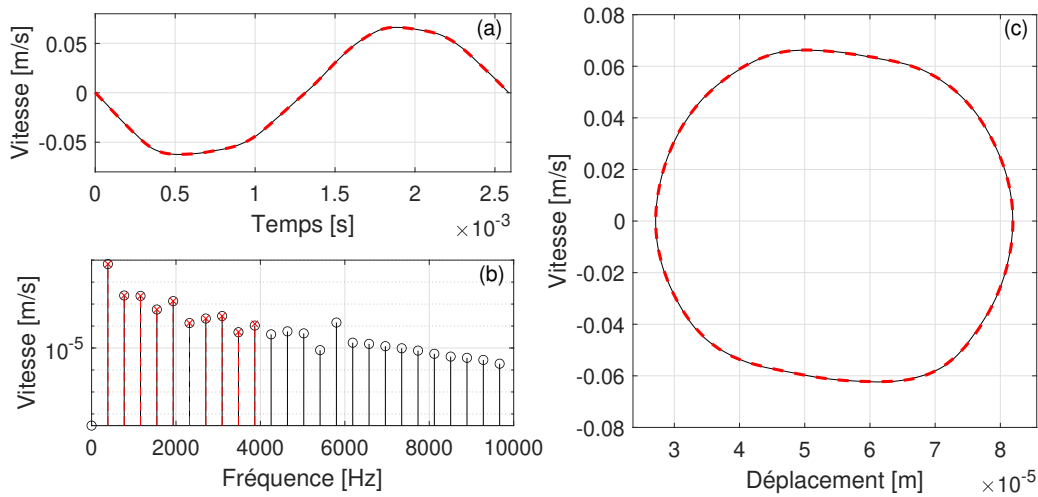


FIGURE 6 – Comparaison des cycles limites (intégration temporelle : noir / HBM : rouge) : évolution temporelle de la vitesse latérale (a), coefficients de Fourier de la vitesse latérale (b) et portrait de phase (c).

## 6 Effet des paramètres de la loi de frottement

Une étude paramétrique est réalisée en faisant varier le coefficient de frottement statique  $\mu_0$  et le coefficient de décroissance  $\lambda$  de la loi de frottement-glissement dans les intervalles  $[0.1, 0.6]$  et  $[0, 0.3]$ , respectivement. Le gain de Nyquist  $\Re(H)$  et la fréquence instable correspondante  $\omega^s$  issus de l'analyse de stabilité (voir figure 3) sont présentés respectivement dans les figures 7(a) et (b), tandis que les figures (c) et (d) montrent respectivement la vitesse latérale moyenne  $\Delta \bar{v}_l = \sqrt{\sum_{k=1}^{N_h} |\Delta \hat{v}_l(k\omega_0)|^2}$  et la fréquence fondamentale  $\omega_0$  obtenues par HBM, en fonction de  $\mu_0$  et  $\lambda$ . Les cases vides indiquent que le système est stable et que l'algorithme HBM converge donc vers zéro. Les résultats présentés dans cette section correspondent au mode 0L4, mais des tendances similaires sont observées pour les autres modes. Alors que l'analyse de stabilité (figure 7(a)) indique que la probabilité de crissement augmente avec  $\mu_0$ , une conclusion différente peut être tirée de la figure 7(c) : une valeur du frottement plus faible tend à produire des niveaux de vibration plus élevés. En effet, les niveaux maximaux sont atteints à la frontière instabilité/stabilité, puis ils diminuent progressivement avec  $\mu_0$ . Cela s'explique par la nature non linéaire de la loi de frottement, où, à des valeurs plus élevées de  $\mu_0$ , le glissement à saturation est plus proche de l'équilibre quasi-statique, de sorte que le système doit osciller avec une amplitude toujours plus faible pour atteindre un régime stationnaire. En ce qui concerne le coefficient de décroissance du frottement, le degré d'instabilité et les niveaux de vibration augmentent tous deux avec  $\lambda$ . Les résultats montrent également que la fréquence fondamentale  $\omega_0$  varie avec  $\mu_0$  dans une plage d'environ 10 Hz, mais aussi avec des tendances radicalement différentes par rapport à la fréquence  $\omega_s$ .

## 7 Conclusion

Cet article propose une nouvelle méthode pour le calcul direct, dans le domaine fréquentiel, des cycles limites non linéaires des vibrations auto-entretenues du crissement de courbe. La méthode est capable de prendre en compte un régime périodique multi-harmonique, qui est une caractéristique clé de la signature des phénomènes vibratoires non linéaires. L'utilisation des réceptances de roue et de rail dans le domaine fréquentiel permet une description plus générale et plus fonctionnelle des structures, puisqu'une condensation de leur comportement dynamique est effectuée sur les degrés de liberté de contact. L'approche proposée est testée sur un modèle d'interaction roue/rail, permettant de calculer des cycles limites périodiques correspondant aux fréquences instables du système identifiées par une analyse de stabilité. La validation par rapport à une méthode numérique d'intégration temporelle est montrée, donnant des résultats équivalents avec un gain significatif en temps de calcul. Une étude paramétrique réalisée avec la méthode présentée atteste de son efficacité et suggère qu'un coefficient de frottement

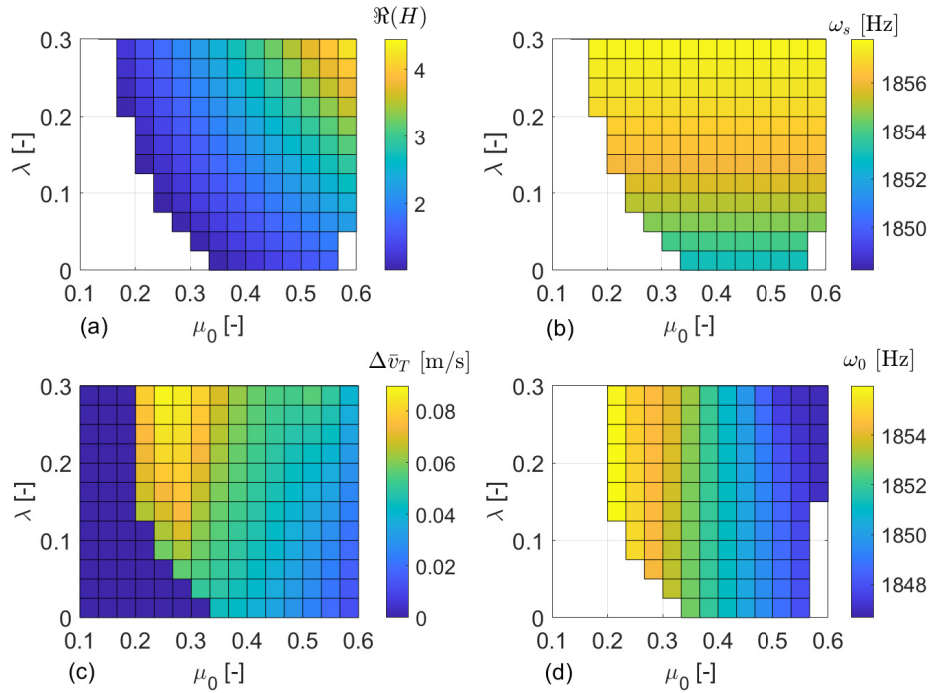


FIGURE 7 – Gain de Nyquist (a), fréquence instable issue de l’analyse de stabilité (b), vitesse latérale moyenne (c) et fréquence fondamentale obtenue avec HBM (d), en fonction des paramètres  $\mu_0$  et  $\lambda$ .

plus faible, de même qu’un coefficient de décroissance plus élevé, produisent des niveaux de vibration plus élevés.

## Références

- [1] T. M. Cameron, J. H. Griffin. *An Alternating Frequency/Time Domain Method for Calculating the Steady-State Response of Nonlinear Dynamic Systems*, Journal of Applied Mechanics, ASME, 56(1) :149–154, 1989.
- [2] O. Chiello, J.-B. Ayasse, N. Vincent, J.-R. Koch. *Curve squeal of urban rolling stock—Part 3 : Theoretical model*, Journal of Sound and Vibration, Elsevier, 293(3) :710–727, 2006.
- [3] O. Chiello, R. Tufano, M. Rissmann. *Estimation of Vibration Limit Cycles from Wheel/Rail Mobilities for the Prediction of Curve Squeal Noise*, Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems, Springer Nature, 473–482, 2024.
- [4] N. Coudeyras, S. Nacivet, J.-J. Sinou. *Periodic and quasi-periodic solutions for multi-instabilities involved in brake squeal*, Journal of Sound and Vibration, Elsevier, 328(4) :520–540, 2009.
- [5] F. G. de Beer, M. H. A. Janssens, P. P. Kooijman. *Squeal noise of rail-bound vehicles influenced by lateral contact position*, Journal of Sound and Vibration, Elsevier, 267(3) :497–507, 2003.
- [6] S. Farner, C. Vergez, J. Kergomard, A. Lizée. *Contribution to harmonic balance calculations of self-sustained periodic oscillations with focus on single-reed instruments*, The Journal of the Acoustical Society of America, ASA, 119(3) :1794–1804, 2006.
- [7] Z. Y. Huang, D. J. Thompson, C. J. C. Jones. *Squeal Prediction for a Bogied Vehicle in a Curve*, Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems, Springer, 313–319, 2008.
- [8] A. Pieringer. *A numerical investigation of curve squeal in the case of constant wheel/rail friction*, Journal of Sound and Vibration, Elsevier, 333(18) :4295–4313, 2014.
- [9] M. J. Rudd. *Wheel/rail noise—Part II : Wheel squeal*, Journal of Sound and Vibration, Elsevier, 46(3) :381–394, 1976.
- [10] Z. Y. Shen, J. K. Hedrick, J. A. Elkins. *A Comparison of Alternative Creep Force Models for Rail Vehicle Dynamic Analysis*, Vehicle System Dynamics, Taylor & Francis, 12(1–3) :79–83, 1983.