

Approches local/global non-intrusives et optimisation robuste: apport des métamodèles et de la multifidélité

L. Karaoui¹, L. Chamoin¹, O. Allix¹, P. Gosselet²

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, 91190, Gif-sur-Yvette, France, {lea.karaoui, ludovic.chamoin, olivier.allix}@ens-paris-saclay.fr

² Univ Lille, CNRS, UMR 9013, LaMcube, pierre.gosselet@univ-lille.fr

Résumé — Ce travail s'intéresse à l'extension de l'approche de couplage non-intrusive au cas de la conception robuste. Il s'agit de pouvoir proposer une optimisation globale robuste efficace tenant compte des variabilités locales dans un cadre multi-échelle. Pour cela, un métamodèle hybride est construit, combinant le krigeage pour les variables de design globales et le chaos polynomial pour les incertitudes locales. Ce métamodèle permet de mettre en œuvre une optimisation robuste à moindre coût en s'appuyant sur l'algorithme NSGA-II pour explorer efficacement l'espace de conception.

Mots clés — Conception robuste, Métamodélisation, Quantification et propagation d'incertitudes, Couplage local/global, Modélisation multi-échelle

1 Introduction

Les structures complexes industrielles sont généralement représentées par un système de modèles interconnectés plutôt que par un seul modèle unifié, avec la nécessité d'une communication entre les différentes échelles pour garantir la cohérence et l'exactitude du processus de simulation. Dans ce contexte, l'analyse des modèles en fonction de la maturité globale du projet est généralement menée de manière séquentielle et partitionnée (Figure 1). La conception globale est d'abord définie, puis l'architecture de second niveau est précisée, et ainsi de suite. Cependant, cette approche descendante peut facilement conduire à des conceptions trop conservatrices ou parfois à des conceptions trop laxistes. En pratique, l'impact potentiel des détails locaux (par exemple, modifications des types de liaisons, positionnement des composants, etc.) sur l'architecture globale est généralement compensé par l'utilisation de coefficients de sécurité. Ce papier constitue une proposition d'approche bidirectionnelle qui prend en compte, dès les phases préliminaires de conception, l'impact potentiel des changements locaux sur l'architecture globale. C'est la philosophie préconisée dans la notion de conception robuste, qui vise à gagner en robustesse vis-à-vis des variabilités et incertitudes [2, 11, 12].

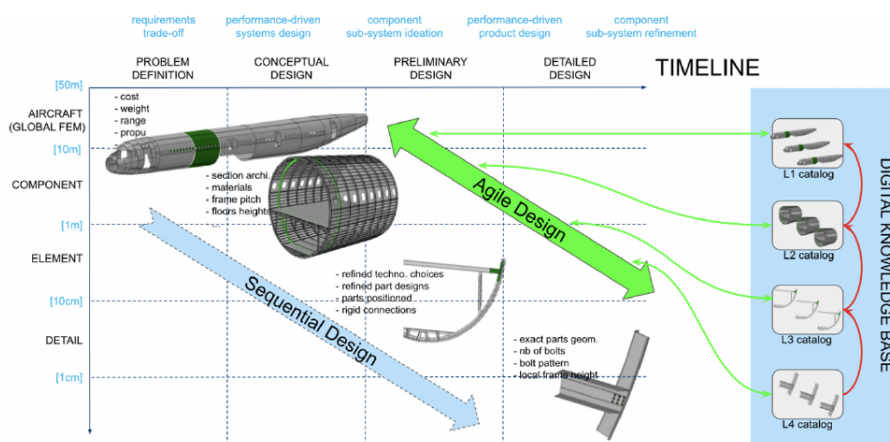


FIGURE 1 – Processus classique de conception et flux associés

Néanmoins, la description particulière du problème nécessite d'adapter la chaîne de simulation afin

de permettre la communication entre les différentes échelles. Pour cela, l'approche usuelle est celle du *submodeling* car elle permet de réanalyser à faible coût, au sein de logiciels commerciaux, des zones locales jugées critiques en raffinant les maillages et la description de la géométrie ou même en adaptant les modèles de comportement. Une des limitations majeures de cette méthode est d'être une approche purement descendante dont les résultats ne prennent pas en compte les changements globaux induits par les modifications locales et donc de conduire à des erreurs importantes aux différentes échelles et à des décisions de conception non conservatives. C'est pourquoi nous nous appuyons ici sur une approche local/global non-intrusive proposée dans [8]. Cette approche permet d'améliorer un modèle global grossier sans altérer ses paramètres intrinsèques (matériaux, topologie, discrétisation, techniques de calcul, nature du modèle, etc.) grâce à des patches locaux contenant les complexités et variabilités. Les données d'interface sont ensuite échangées de manière itérative entre les différents modèles. Cette stratégie numérique constitue ainsi un outil qui corrige les inconvénients de la méthode de *submodeling* tout en restant compatible avec l'utilisation des codes industriels. On étudie ici l'extension des méthodes de couplage non-intrusives à la conception robuste dans un cadre classique éléments finis. Une première avancée dans ce sens porte sur la propagation d'incertitudes locales et globales dans le cadre du *submodeling* [14]. Notamment, un défi-clé dans ce contexte est la propagation des incertitudes à travers les différentes échelles afin d'assurer des prédictions de performance fiables. Pour cela, un cadre probabiliste est proposé pour propager les incertitudes exploitant pleinement la nature non-intrusive de la méthodologie de couplage. Lors de la conception d'un système, il est essentiel de prendre en compte l'influence de deux types de variabilités. À l'échelle locale, les incertitudes aléatoires reflètent la variabilité intrinsèque de la quantité physique. À l'échelle globale, les incertitudes épistémiques correspondent aux variables de conception qui sont optimisées lors de la phase de conception robuste. Pour traiter efficacement ces deux échelles de variabilité tout en maîtrisant le coût numérique, nous construisons un métamodèle hybride en reprenant des idées de [5, 3]. L'effet des incertitudes locales sur la réponse stochastique globale est modélisé par la méthode du chaos polynomial (*Polynomial Chaos Expansion (PCE)*), tandis que les coefficients de cette expansion, dépendant des variables de conception globales, sont approximés par krigeage. Cette approche permet de réaliser une exploration paramétrique efficace et une conception robuste rapide et fiable. Dans ce travail, cette technique de métamodélisation hybride est testée sur un exemple 2D particulièrement sensible aux perturbations géométriques.

2 Couplage local/global non-intrusif

La stratégie multi-échelle proposée repose sur une méthode de couplage local/global non-intrusive [8]. Cette méthode permet d'enrichir un modèle global par des modifications locales sans altérer le modèle d'origine. Ces modifications peuvent concerner le comportement des matériaux, la topologie des composants étudiés, les techniques de calcul ou encore la nature même des modèles. Pour simplifier les notations, le principe du couplage est explicité dans le cas d'un couplage entre un modèle hétérogène local et un autre homogénéisé global. Aussi, il est possible de considérer que les phénomènes d'intérêt sont localisés dans l'espace. Dans ce contexte, des méthodes exploitant le caractère localisé des incertitudes ont été introduites dans la littérature [1, 10]. Elles permettent de séparer les échelles ce qui permet d'améliorer à la fois le conditionnement du problème et la convergence des méthodes d'approximation de tenseur utilisées pour résoudre les problèmes stochastiques de grande dimension aux niveaux local et global. Ces approches nous semblent difficiles à intégrer dans un code commercial, ce qui est l'objectif des approches non intrusives proposées ici. La contrainte de non-intrusivité engendre a priori des coûts prohibitifs pour des applications industrielles. Ce travail vise à explorer les possibilités offertes par l'usage de métamodèle afin de réduire drastiquement ces coûts. L'idée est ici de décomposer le domaine initial Ω en deux parties sans recouvrement (Figure 2).

- une zone locale $\Omega_l \subset \Omega$ qui englobe le support du phénomène d'intérêt à analyser. Par souci de simplicité, le domaine local Ω_l est supposé strictement inclus dans Ω . Dans cette zone, un modèle basé sur la loi de comportement initiale complexe est conservé.
- la zone complémentaire $\Omega_c = \Omega \setminus \Omega_l$ dans laquelle un modèle plus grossier est pris en compte. Il est défini en remplaçant le comportement initial par un comportement linéaire élastique homogène.

L'interface entre les deux domaines Ω_l et Ω_c est notée Γ , et les modèles global et local sont supposés être

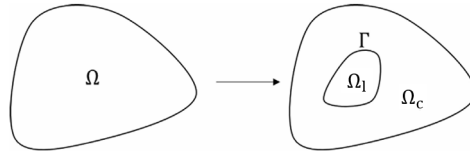


FIGURE 2 – Décomposition de la géométrie en une zone locale et une zone globale

géométriquement et cinématiquement compatibles sur cette interface Γ . Plutôt que de définir la solution comme la somme de la réponse globale et d'un terme d'enrichissement local, le problème local est intégré dans la formulation globale en utilisant une approche de substitution par morceaux. Pour cela, l'approche de couplage local/global non-intrusive étend le support du problème global à l'ensemble du domaine Ω , en prolongeant virtuellement le comportement homogène élastique linéaire sur Ω_l . La solution locale remplace donc directement la partie correspondante de la réponse globale. Afin de respecter les exigences de non-intrusivité de la méthodologie, une méthode de Newton modifiée sur les quantités d'interface est généralement employée pour résoudre le problème. À partir d'une solution élastique globale, chaque itération se déroule comme suit :

1. **Analyse locale :** Une analyse détaillée est effectuée sur le modèle local, en imposant les déplacements globaux courants comme conditions aux limites.
2. **Calcul du résidu :** Le résidu est exprimé sous forme d'une force d'interface mesurant la violation de l'équilibre sur Γ . La convergence de l'algorithme itératif est vérifiée à cette étape. Si la norme du résidu est suffisamment faible, les itérations s'arrêtent.
3. **Correction globale :** Le résidu est réinjecté dans le modèle global sous forme d'une force interne supplémentaire sur l'interface, déformant ainsi le modèle global comme si les détails locaux étaient présents. La loi de comportement élastique linéaire et les conditions aux limites du modèle global sont préservées. Des techniques optionnelles d'accélération de convergence peuvent être appliquées à cette étape, puis la solution globale est mise à jour et le processus est répété jusqu'à convergence. Il est également intéressant de noter que la première itération de la méthode de couplage non-intrusive, sans réinjection de la force de rééquilibrage d'interface, correspond à l'approche classique de *submodeling*.

Cette formulation garantit la compatibilité cinématique entre les déplacements globaux et locaux ainsi que l'équilibre des efforts sur l'interface Γ . Elle présente également deux propriétés importantes. Premièrement, si l'algorithme converge alors sa limite est la solution de référence, i.e. la solution obtenue en effectuant réellement la substitution des modèles et en exécutant une analyse complète [8]. Ainsi, la technique de couplage non-intrusive est précise et fiable : l'erreur peut être estimée à travers la norme des résidus et réduite autant que nécessaire. Deuxièmement, la méthode est en effet non-intrusive car les solveurs fonctionnent comme des boîtes noires et les données du modèle ne sont jamais modifiées car elle nécessite uniquement l'envoi et la lecture des quantités d'interface. Cela permet d'introduire facilement des lois de comportement complexes, des détails géométriques et des non-linéarités dans le modèle local, et donc d'effectuer une analyse structurale sans avoir à modifier le modèle global. Ainsi, les techniques de couplage non-intrusives s'avèrent très utiles pour prendre en compte diverses modifications locales d'une pièce et sans nécessiter de remaillage. Notamment, dans notre cas, elles présentent un intérêt considérable pour la prise en compte de nombreuses variabilités locales.

3 Adaptation à la conception robuste et métamodélisation

Les concepts et fondements de la conception robuste ont été développés dans les années 1950 par Taguchi afin d'améliorer la productivité en ingénierie [2]. L'objectif de la conception robuste est d'optimiser la performance moyenne du système et de minimiser sa variabilité (i.e. de diminuer la sensibilité) résultant des incertitudes dans les propriétés matérielles ou géométriques, sans en éliminer les causes. Or, les problèmes rencontrés en ingénierie mécanique sont souvent des problèmes multiobjectifs. Dans le cadre de la conception mécanique, on cherche à satisfaire des critères de performance antagonistes de

sorte qu'il n'existe pas une solution unique permettant d'optimiser simultanément tous les critères de performance. L'idée est d'optimiser à la fois la valeur moyenne de la fonction de performance et sa variance en respectant les contraintes du problème considéré. Ainsi, le problème de conception robuste s'écrit sous la forme d'un problème d'optimisation multiobjectif et non déterministe. Un panorama des principales formulations de l'optimisation sous incertitudes est présenté dans [13]. Dans ce travail, nous adoptons une formulation multiobjectif fondée sur la minimisation conjointe de la performance moyenne et de sa variabilité, mesurée par l'écart-type. Ce choix permet de prendre en compte explicitement l'influence des incertitudes directement au niveau des objectifs, tout en conservant des contraintes déterministes.

$$\text{Minimiser : } \mu_{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) = \mathbb{E} \left[\max_{\mathbf{s} \in V} (\mathbf{f}(\mathbf{s}, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})) \right] \quad \text{et} \quad \sigma_{\mathbf{f}}^2(\mathbf{x}) = \mathbb{E} \left[\max_{\mathbf{s} \in V} ((\mathbf{f}(\mathbf{s}, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) - \mu_{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \mathbf{s}))^2) \right] \quad (1)$$

sous les contraintes : $g_j(\mathbf{s}, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) \leq 0, j \in 1, \dots, m$

avec :

- V l'ensemble des configurations considérées ;
- $\mathbf{s} \in V$ un vecteur contenant les paramètres de signal ;
- $\boldsymbol{\xi}$ un vecteur contenant les paramètres de bruit incertains et intrinsèquement stochastiques.
- \mathbf{x} un vecteur contenant les paramètres de contrôle à optimiser ;
- $\mathbb{E}[\bullet]$ l'espérance mathématique relative aux incertitudes liées aux facteurs de bruit ;
- $g_j(\mathbf{s}, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) \leq 0, j \in 1, \dots, m$ les contraintes des paramètres du problème.

A cause de l'antagonisme des deux objectifs, il est impossible de trouver un minimum unique comme solution du problème. L'optimisation de la moyenne entre souvent en conflit avec la minimisation de la variance, et une décision de compromis entre les deux est nécessaire pour choisir le meilleur design. On définit alors le front de Pareto qui désigne l'ensemble des solutions de conception pour lesquelles il n'existe pas de meilleure solution sur tous les objectifs. On parle aussi de solutions dominantes. La solution de conception optimale est généralement choisie comme étant le point de courbure maximale du front de Pareto. Les algorithmes génétiques, basés sur des méthodes de recherche heuristiques, sont particulièrement adaptés aux problèmes d'optimisation multiobjectif. Dans cette étude, nous utilisons l'algorithme génétique à tri non dominé de deuxième génération (NSGA-II) [6], qui est une approche évolutive élitiste qui améliore l'exploration des solutions optimales tout en conservant une complexité raisonnable. Ce papier explore l'extension des méthodes de couplage non-intrusives aux applications de conception robuste. Dans un premier temps, il s'agit de représenter efficacement les incertitudes aléatoires locales qui viennent impacter la performance globale du système. Une première approche consiste à utiliser la méthode classique de Monte-Carlo. Cependant, l'un des principaux défis réside dans le coût des analyses stochastiques, notamment pour des modèles multi-échelles de grande taille avec un nombre important de variables aléatoires et de degrés de liberté. L'objectif est donc de développer un cadre probabiliste permettant une propagation efficace des incertitudes à travers les différentes échelles. La méthode du chaos polynomial permet de construire des modèles de substitution capables d'estimer rapidement la réponse du système en fonction des paramètres incertains. Plus précisément, une version non-intrusive de cette méthodologie, reposant sur des techniques de régression, est appliquée dans [9]. Cette approche considère le modèle numérique comme une boîte noire, garantissant ainsi que l'algorithme de couplage local/global non-intrusif reste inchangé durant le processus de quantification des incertitudes (Figure 3). L'intérêt de cette méthode pour la conception robuste dans un cadre multi-échelle a été démontré et illustré dans [7].

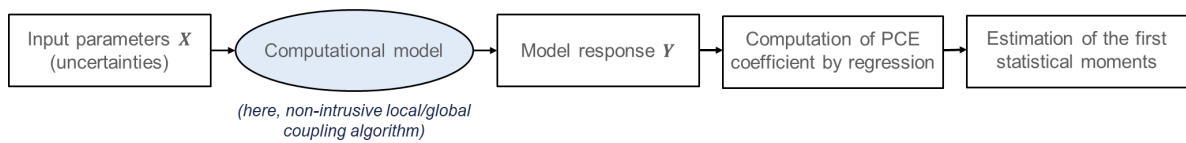


FIGURE 3 – Méthodologie de la méthode du chaos polynomial non-intrusive (par régression)

Cependant, la phase de propagation d'incertitudes constitue l'un des principaux verrous numériques du problème, car elle nécessite de nombreux appels au modèle de couplage local/global non-intrusif. En

2D, cette étape devient rapidement coûteuse. Lorsqu'on intègre ce processus dans un algorithme d'optimisation robuste de type génétique, qui requiert un très grand nombre d'appels au modèle, il devient déraisonnable de relancer l'ensemble de la propagation d'incertitudes à chaque modification de la variable de conception pour recalculer la moyenne et l'écart-type de la fonction coût. Cela justifie la nécessité de construire un métamodèle également à l'échelle globale de la réponse stochastique, afin de disposer d'une évaluation rapide et peu coûteuse à chaque itération de l'optimisation. Dans notre formulation du problème, l'échelle locale correspond à des paramètres stochastiques associés à des incertitudes aléatoires, tandis que l'échelle globale regroupe des paramètres de conception déterministes relevant d'incertitudes épistémiques. Nous disposons actuellement d'un modèle stochastique réduit à l'échelle locale, construit à l'aide d'une expansion en chaos polynomial. L'étape suivante consiste à élaborer un modèle paramétrique de la réponse stochastique en fonction des variables de conception globales à optimiser. L'idée est de construire hors ligne un métamodèle hybride prenant en entrée les paramètres globaux ainsi que les incertitudes locales, afin de fournir une approximation fiable et peu coûteuse dans le cadre de l'optimisation robuste. Pour cela, nous utilisons la technique de métamodélisation hybride proposée dans [3]. La démarche consiste à construire un métamodèle de krigeage sur les variables de conception globales, appliqué aux coefficients du développement polynomial du chaos qui capturent le caractère stochastique de la quantité d'intérêt.

1. Générer un plan d'expériences sur les incertitudes locales $\xi \in \Xi$ et un second plan d'expérience sur les variables globales de conception $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ (*phase offline*).
2. Combiner les deux plans et évaluer le modèle numérique Y (algorithme de couplage local/global non-intrusif) sur l'ensemble des configurations (*phase offline*).
3. Pour chaque configuration globale $\mathbf{x}^{(k)}$, construire une expansion polynomiale du chaos afin de représenter la réponse stochastique locale $\hat{Y}(\mathbf{x}^{(k)}, \xi^{(i)})$, $\forall (k, i) \in [1, N] \times [1, M]$ (*phase offline*).

$$\hat{Y}^{(k)}(\mathbf{x}, \xi) = \sum_{J=0}^{P-1} a_J(\mathbf{x}) \Psi_J(\xi) \quad (2)$$

avec (a_J) les coefficients du chaos et (Ψ_J) les polynômes de la base du chaos polynomial, avec $J \in [0, P-1]$.

4. Extraire les coefficients du développement du chaos qui dépendent des paramètres globaux et constituer une base de données reliant paramètres de conception globaux et coefficients correspondants (*phase offline*).
5. Construire un métamodèle de krigeage pour chaque coefficient, de manière à pouvoir prédire rapidement leur valeur pour n'importe quelle configuration globale (*phase offline*).

$$a_J(\mathbf{x}) = \mathbf{g}^{(J)}(\mathbf{x})\beta^{(J)} + \mathbf{Z}^{(J)}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

avec $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ une base de fonctions de régression décrivant la tendance globale, β le vecteur des coefficients associés, et $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$ un processus gaussien représentant les fluctuations locales corrélées.

6. Exploiter ce métamodèle hybride pour obtenir directement les statistiques d'intérêt (moyenne, écart-type), qui s'expriment explicitement en fonction des coefficients du chaos (*phase online*).

Cette approche hybride permet d'approximer rapidement la réponse incertaine du système pour n'importe quelle valeur des variables de conception, facilitant ainsi et accélérant la phase d'optimisation robuste, qui exige de nombreuses estimations des premiers moments statistiques de la quantité d'intérêt afin d'identifier les solutions robustes du problème de conception.

4 Résultats numériques

Cette étude propose un cas pratique visant à illustrer la stratégie multi-échelle de conception robuste précédemment décrite. L'objectif est de mettre en œuvre une procédure de dimensionnement statique efficace appliquée à une plaque carrée trouée, de côté $L = 1m$, sollicitée en traction. Cette structure présente des incertitudes géométriques locales qui concernent les variations de l'ordre de 40% de la position (dx, dy) et de rayon dR du trou, modélisées par des lois uniformes. Dans sa configuration homogène

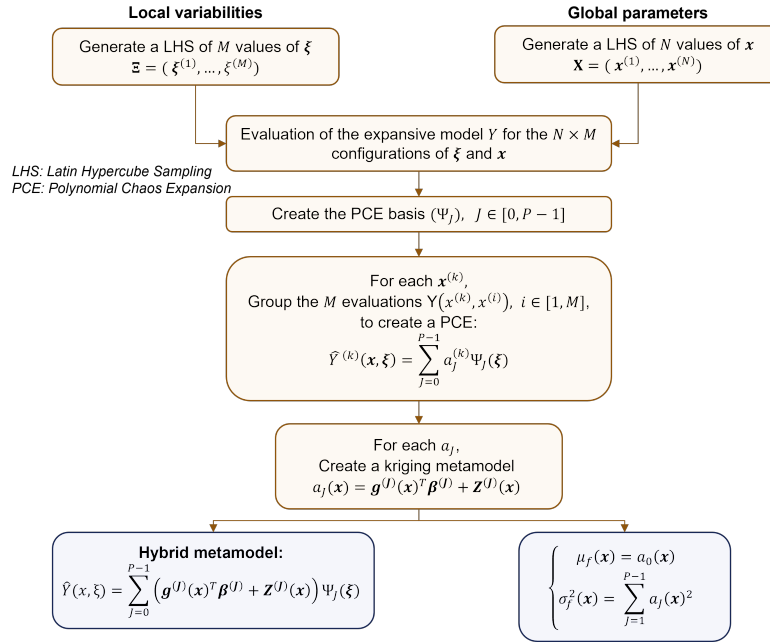


FIGURE 4 – Méthodologie de la construction du métamodèle hybride (adapté de [4])

initiale, il apparaît que la plaque est peu robuste face à ces variabilités, conduisant à une situation pénalisante. Des raidisseurs caractérisés par un module de Young E_1 ont donc été introduits afin de réduire la sensibilité de la structure aux fluctuations géométriques (Figure 5). Le problème de conception robuste consiste alors à déterminer la valeur optimale du module de Young des raidisseurs, la structure de référence étant en acier, de manière à minimiser la contrainte maximale de Von Mises σ_{VM} sous incertitudes de position et de rayon du trou, considérées comme des paramètres aléatoires (Table 1).

TABLE 1 – Paramètres du problème de conception robuste

Variable globale de conception	$E_1 \in [200, 1000] \text{ GPa}$, sachant que $E_0 = 200 \text{ GPa}$
Incertitudes locales	$dx \hookrightarrow U\left(-0.4\frac{l}{2}, 0.4\frac{l}{2}\right)$, avec $l = \frac{L}{2.5} = 40 \text{ cm}$ la taille du patch local
	$dy \hookrightarrow U(-0.4L, 0.4L)$
	$dR \hookrightarrow U(-0.4R_0, 0.4R_0)$, avec $R_0 = \frac{L}{20} = 5 \text{ cm}$

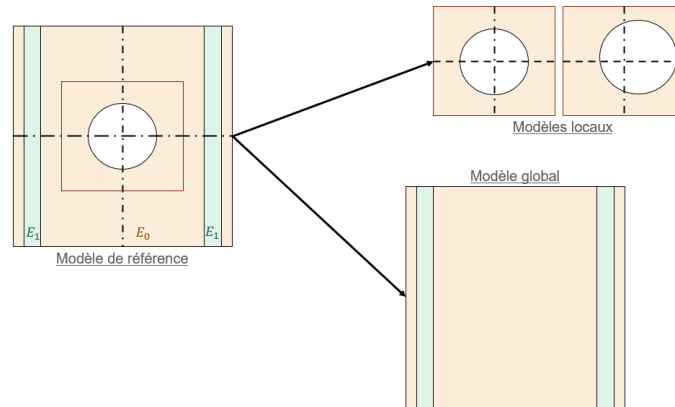


FIGURE 5 – Schéma des différents modèles (plaque trouée avec raidisseurs)

L'optimisation robuste se formule comme un problème de minimisation multiobjectif sous contrainte cherchant minimiser à la fois la moyenne μ et l'écart-type σ de la fonction objectif (4).

$$\begin{aligned} \text{Minimiser :} & \quad \mu[\max(\sigma_{VM}(E_1))], \sigma[\max(\sigma_{VM}(E_1))] \\ \text{sous la contrainte :} & \quad 200 \leq E_1 \leq 1000 \text{ GPa} \end{aligned} \quad (4)$$

L'idée ici est de traiter le problème d'optimisation robuste en utilisant la méthodologie de métamodélisation hybride précédemment décrite. Comme précédemment indiqué, deux jeux d'échantillons sont construits pour élaborer le plan d'expériences : l'un dédié au chaos polynomial et l'autre au métamodèle de krigeage. Pour le chaos polynomial, les points d'entrée sont générés à l'aide d'un échantillonnage Latin Hypercube (LHS) composé de 20 réalisations, sur lesquelles est construite une expansion en chaos polynomial d'ordre 3. Pour le krigeage ordinaire, les points d'entrée sont sélectionnés de manière uniforme dans l'espace des variables de conception, en utilisant un ensemble de 20 échantillons afin d'assurer une couverture suffisamment régulière du domaine global.

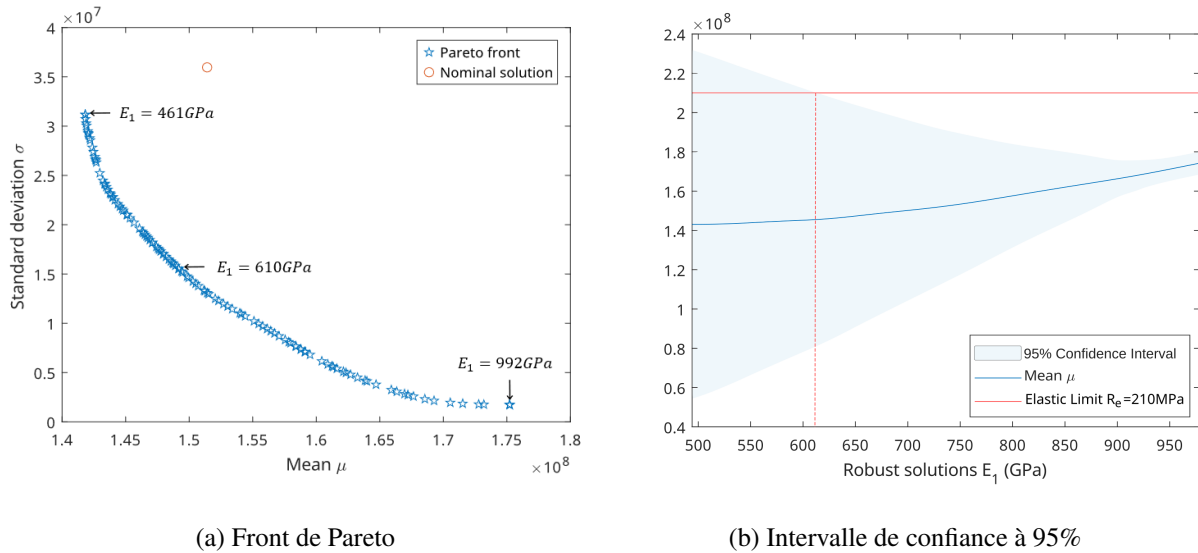


FIGURE 6 – Étude des solutions de l'optimisation robuste

Le front de Pareto obtenu met clairement en évidence l'antagonisme entre les deux objectifs (Figure 6). Un module de Young élevé pour les raidisseurs accroît la rigidité globale de la structure, ce qui réduit sa sensibilité aux incertitudes géométriques, mais induit simultanément une augmentation des contraintes locales. La solution nominale, correspondant à la configuration initiale de la plaque avec un trou centré de rayon R_0 (valeur moyenne des variations considérées), a également été reportée sur la courbe. Elle se situe hors du front de Pareto, ce qui confirme sa domination et sa forte sensibilité aux variabilités. Une analyse de sensibilité, basée sur les intervalles de confiance à 95%, a ensuite été réalisée afin de visualiser les zones d'incertitude associées aux différentes solutions robustes. Cette représentation permet d'identifier directement les conceptions garantissant le non-dépassement de la limite d'élasticité R_e en tenant compte des fluctuations géométriques (Figure 6). La première solution satisfaisant ce critère conduit à un module de Young valant environ $E_1 = 620 \text{ GPa}$. À partir de cette configuration candidate, une étude haute-fidélité peut être menée en linéarisant le modèle autour de ce point critique afin d'obtenir des estimations rapides dans son voisinage. Cette étape permet de réévaluer localement le front de Pareto avec un meilleur niveau de confiance. L'approche multifidélité ainsi employée renforce la pertinence de la méthodologie hybride présentée précédemment. Enfin, différentes analyses (présentées à la conférence) peuvent être proposées concernant l'impact du krigeage, de la convergence de l'algorithme de couplage sur la précision de l'optimisation robuste et la fiabilité des prédictions obtenues. Sachant que les calculs sont effectués sur un Intel Core Ultra 7 155H avec 16 Go de RAM (5600 MT/s), nous pouvons comparer les temps de simulation des deux approches. Une optimisation robuste effectuée sans métamodélisation hybride, c'est à dire en réexécutant la procédure complète de propagation d'incertitudes à chaque mise à jour de la variable de conception, aurait nécessité environ 27 jours avec les paramètres actuels du problème d'optimisation. Avec la méthode hybride proposée, le coût est réduit de manière drastique : la construction du métamodèle requiert environ 1 h 30 (*phase offline*) et la phase d'optimisation, réalisée à l'aide de l'algorithme génétique NSGA-II, seulement 7 min 30 (*phase online*). Le temps total de calcul est donc d'environ 1 h 40. Ce gain démontre l'efficacité de l'approche et confirme son fort potentiel pour des applications d'optimisation robuste à plus grande échelle.

5 Conclusion

Une approche de conception robuste pour la simulation multi-échelle a été proposée. Ce travail s'inscrit dans une démarche de réduction des coûts liés aux approches local/global itératives en conception robuste. L'objectif est de construire, à moindre coût, un métamodèle de la réponse stochastique compatible avec une intégration dans des codes industriels. Dans sa version actuelle, l'optimalité du design final n'est toutefois pas garantie et sa qualité doit être vérifiée a posteriori, ce qui motive les développements en cours autour de stratégies adaptatives multifidélité. Dans cette perspective, il s'agit d'exploiter la variance associée au krigeage pour mettre en œuvre une stratégie adaptative appuyée sur un modèle basse fidélité. L'estimation de l'incertitude permet d'identifier les zones de l'espace de conception nécessitant un enrichissement ciblé par des évaluations haute fidélité, en tenant compte des erreurs issues du couplage local/global. Une perspective naturelle consiste alors à s'orienter vers des approches d'optimisation bayésienne, fondées sur l'exploitation de l'incertitude du métamodèle pour guider l'exploration de l'espace de conception. Enfin, l'exploitation de la redondance via une base de Krylov peut permettre de réduire la dimension des systèmes à résoudre, optimisant le compromis entre précision et coût de calcul.

Références

- [1] A Nouy and F Pled. A multiscale method for semi-linear elliptic equations with localized uncertainties and non-linearities. *ESAIM : M2AN*, 52(5) :1763–1802, 2018.
- [2] C Zang, M Friswell, and JE Mottershead. A review of robust optimal design and its application in dynamics. *Computers & Structures*, 83(4-5) :315–326, 2005.
- [3] E Denimal, L Nechak, JJ Sinou, and S Nacivet. A novel hybrid surrogate model and its application on a mechanical system subjected to friction-induced vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 434 :456–474, 2018.
- [4] E Denimal and JJ Sinou. Advanced computational technique based on kriging and Polynomial Chaos Expansion for structural stability of mechanical systems with uncertainties. *Journal of Engineering Mathematics*, 130(1) :7, 2021.
- [5] E Denimal and JJ Sinou. Efficient parametric study of a stochastic airfoil system based on hybrid surrogate modeling with advanced automatic kriging construction. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 99 :104926, 2023.
- [6] K Deb. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2) :182–197, 2002.
- [7] L Karaouni, L Chamoin, O Allix, and S Guinard. Local/global non-intrusive coupling strategy for robust design : a first attempt. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 12(1) :19, 2025.
- [8] L Gendre, O Allix, P Gosselet, and F Comte. Non-intrusive and exact global/local techniques for structural problems with local plasticity. *Computational Mechanics*, 44 :233–245, 2009.
- [9] M Berveiller, B Sudret, and M Lemaire. Stochastic finite element : a non intrusive approach by regression. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 15(1-3), 2006.
- [10] M Chevreuil, A Nouy, and E Safatly. A multiscale method with patch for the solution of stochastic partial differential equations with localized uncertainties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 255 :255–274, 2013.
- [11] M Guedri, S Cogan, and N Bouhaddi. Robustness of structural reliability analyses to epistemic uncertainties. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 28 :458–469, 2012.
- [12] M Ouisse and S Cogan. A Decision-making Methodology for the Robust Design of Spot Welds in Automotive Structures. *IMAC XXVI*, 2008.
- [13] N Lelièvre, P Beaurepaire, C Mattrand, N Gayton, and A Otsmane. On the consideration of uncertainty in design : optimization-reliability-robustness. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 54(6) :1423–1437, 2016.
- [14] P Minigher, A Arteiro, A Turon, J Fatemi, S Guinard, L Barrière, and PP Camanho. On an efficient global/local stochastic methodology for accurate stress analysis, failure prediction and damage tolerance of laminated composites. *International Journal of Solids and Structures*, 303 :113026, 2024.