

Méthode de pénalisation par contrainte pour la modélisation d'interactions fluide-structures rigides par Lattice Boltzmann

T. Millet¹, E. Liberge², A. Hamdouni³

¹ LaSIE - UMR CNRS 7356, Université de La Rochelle, France, tristan.millet@univ-lr.fr

² LaSIE - UMR CNRS 7356, Université de La Rochelle, France, erwan.liberge@univ-lr.fr

³ LaSIE - UMR CNRS 7356, Université de La Rochelle, France, aziz.hamdouni@univ-lr.fr

Résumé — Une méthode de pénalisation par contrainte est introduite dans le cadre de la méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour modéliser les interactions fluide-structures impliquant des corps rigides. L'approche proposée étend le concept de domaine fictif en imposant le mouvement de corps rigide via un terme de pénalisation appliqué directement au champ de vitesse du fluide, éliminant le besoin de multiplicateurs de Lagrange explicites ou de calcul de forces d'interface. Cette formulation préserve la localité et la simplicité de l'algorithme LBM tout en assurant un couplage implicite entre les régions fluide et solide. Des simulations numériques montrent que la méthode reproduit avec précision le mouvement des corps rigides, en l'appliquant à la sédimentation de particules, en commençant par un exemple simple puis en progressant vers des cas de plus en plus complexes.

Mots clés — Interactions fluide-structure, Méthode Lattice Boltzmann, Pénalisation par contrainte, Corps rigides, Sédimentation.

1 Introduction

La méthode Lattice Boltzmann (LBM) est une approche numérique mésoscopique pour simuler les écoulements fluides. Contrairement aux techniques traditionnelles de mécanique des fluides numérique (MFN) — telles que les méthodes de différences finies ou d'éléments finis — qui discrétisent directement les équations de Navier-Stokes, la LBM modélise le fluide comme une collection de populations de particules évoluant sur un réseau discret dans l'espace, le temps et la vitesse. Ces populations obéissent à des versions simplifiées de l'équation de Boltzmann qui prennent en compte les processus de collision et de propagation. Grâce à un développement de Chapman-Enskog [1], les équations macroscopiques de Navier-Stokes peuvent être retrouvées, tout en conservant les avantages d'une structure algorithmique simple, locale et hautement parallélisable. En raison de ces propriétés, la LBM a été appliquée avec succès aux écoulements chargés de particules et aux problèmes d'interaction fluide-structure (IFS).

Plusieurs stratégies ont été développées pour modéliser le couplage entre les fluides et les solides dans la LBM, incluant la méthode d'échange de quantité de mouvement, la méthode de frontière immergée, et la méthode de pénalisation volumique. Toutes ces approches partagent une caractéristique commune : le calcul explicite des forces fluide-solide, qui nécessite le transfert d'informations entre le solveur fluide et le solide. Ce couplage peut considérablement ralentir les simulations et peut introduire des erreurs numériques.

Dans ce travail, nous nous concentrons sur l'adaptation de la méthode du domaine fictif initialement proposée par Glowinski et Patankar [2]. L'idée centrale de cette approche est de traiter la région solide comme un fluide et d'imposer le mouvement de corps rigide par des multiplicateurs de Lagrange. T. Coupez *et al.* [8] ont revisité ce concept et ont comparé l'imposition des contraintes de corps rigide en utilisant soit des multiplicateurs de Lagrange, soit une approche par pénalisation. Leurs résultats indiquent que la pénalisation seule est généralement suffisante, et que les multiplicateurs de Lagrange n'apportent une augmentation notable de la précision que pour des maillages très fins. À notre connaissance, cette stratégie de pénalisation n'a jusqu'à présent été implémentée que dans le cadre des éléments finis.

La présente étude vise à étendre cette méthodologie au cadre de la LBM, offrant une alternative potentiellement efficace et précise pour la simulation de solides rigides dans des écoulements fluides sans le calcul explicite des forces d'interface. La première partie présente le contexte théorique, de l'idée au

niveau macroscopique à son application dans le cadre de la LBM. Ensuite, 2 applications sont proposées. La première est le cas de deux particules tombant l'une derrière l'autre, et la seconde, la sédimentation d'un grand nombre de particules. Enfin, nous discuterons des perspectives et des travaux à venir, en particulier le développement d'une formulation LBM sur une surface de \mathbb{R}^3 .

2 Cadre théorique

2.1 Formulation monolithique pour l'interaction fluide–solide

Dans l'approche monolithique de l'interaction fluide–structure, le fluide et le solide sont traités dans un seul domaine de calcul, permettant l'application des contraintes du solide sans calcul explicite des forces à l'interface. Dans le domaine fluide Ω_f , les équations de Navier–Stokes incompressibles s'écrivent

$$\begin{cases} \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} + \mathbf{u}_f \cdot \nabla \mathbf{u}_f \right) = \mathbf{f}_f + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f, \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0, \end{cases} \quad (1)$$

avec le tenseur des contraintes de Cauchy décomposé comme

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}, \quad \boldsymbol{\tau} = 2\mu_f \mathbf{D}[\mathbf{u}_f], \quad (2)$$

où $\boldsymbol{\tau}$ est le tenseur des contraintes visqueuses, et avec

$$\mathbf{D}[\mathbf{u}_f] = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}_f + \nabla \mathbf{u}_f^T). \quad (3)$$

Dans le domaine solide Ω_s , les contraintes de corps rigide sont appliquées soit via un multiplicateur de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$, soit par pénalisation de la contrainte $\mathbf{D}[\mathbf{u}_s] = 0$:

$$\begin{cases} \rho_s \left(\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + \mathbf{u}_s \cdot \nabla \mathbf{u}_s \right) = \mathbf{f}_s + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_s, \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_s = 0, \end{cases} \quad (4)$$

avec

$$\boldsymbol{\sigma}_s = -p\mathbf{I} + 2\mu_s \mathbf{D}[\mathbf{u}_s] + \mathbf{D}[\boldsymbol{\lambda}], \quad (5)$$

où μ_s est une viscosité de pénalisation imposant un comportement quasi-rigide dans Ω_s , et $\boldsymbol{\lambda}$ représente le multiplicateur de Lagrange appliquant le mouvement de corps rigide.

En combinant le fluide et le solide, les équations gouvernantes sur le domaine complet $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s$ peuvent s'écrire [8]

$$\rho(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho(\mathbf{x}) \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}), \quad (6)$$

avec

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\sigma}_s \chi(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\sigma}_f [1 - \chi(\mathbf{x})], \quad (7)$$

$$\mu(\mathbf{x}) = \mu_s \chi(\mathbf{x}) + \mu_f [1 - \chi(\mathbf{x})], \quad (8)$$

$$\rho(\mathbf{x}) = \rho_s \chi(\mathbf{x}) + \rho_f [1 - \chi(\mathbf{x})], \quad (9)$$

où χ est la fonction indicatrice du domaine solide :

$$\chi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in \Omega_s, \\ 0, & \mathbf{x} \in \Omega_f. \end{cases} \quad (10)$$

Cette formulation monolithique permet le traitement du fluide et du solide dans un système unique, évitant l'évaluation explicite des forces d'interaction fluide–solide. Finalement, suivant les observations de Coupez [8], qui indiquent que les multiplicateurs de Lagrange n'améliorent significativement la précision que pour des maillages très fins, nous optons pour une approche par pénalisation de la contrainte, évitant ainsi la dépense computationnelle supplémentaire des boucles d'itérations d'Uzawa. Par conséquent, dans le domaine solide, nous avons :

$$\boldsymbol{\sigma}_s = -p\mathbf{I} + 2\mu_s \mathbf{D}[\mathbf{u}_s]. \quad (11)$$

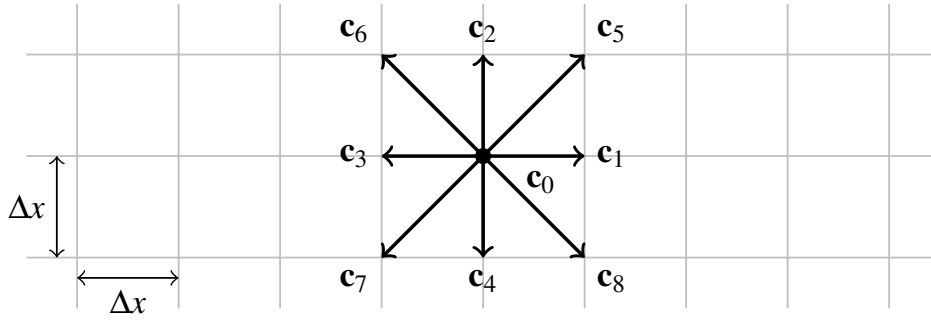


FIGURE 1 – Ensemble des vitesses discrètes pour le modèle à neuf vitesses en deux dimensions (D2Q9) utilisé dans la présente implémentation LBM.

2.2 Méthode de Boltzmann sur réseau incompressible : Approche basée sur la vitesse (D2Q9)

Pour résoudre les équations de Navier–Stokes incompressibles, nous employons une formulation de l’Équation de Boltzmann sur Réseau (LBE) basée sur le champ de vitesse [7], aussi connue sous le nom iD2Q9. Contrairement aux schémas conventionnels basés sur la quantité de mouvement, qui font évoluer la quantité de mouvement macroscopique $\rho \mathbf{u}$, la formulation basée sur la vitesse met à jour directement la vitesse \mathbf{u} et la pression hydrodynamique p . Cette approche permet un traitement monolithique des régions à différentes densités, permettant la gestion cohérente d’écoulements multi-densités, ce qui est difficile dans les formulations LBM conventionnelles.

L’évolution de la fonction de distribution discrète $f_i(\mathbf{x}, t)$, associée à la vitesse discrète \mathbf{c}_i , est régie par

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_f} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + F_i \Delta t + S_i \Delta t, \quad (12)$$

où τ_f est le temps de relaxation adimensionnel, Δt est le pas de temps, f_i représente un terme de forçage, et S_i un terme source. La différence entre F_i et S_i sera discutée plus tard.

Pour le modèle à neuf vitesses en deux dimensions (D2Q9), l’ensemble des vitesses discrètes est illustré dans la Fig. 1. Chaque vitesse discrète \mathbf{c}_i est associée à un coefficient de pondération ω_α , défini comme

$$\omega_\alpha = \begin{cases} 4/9, & \alpha = 0, \\ 1/9, & \alpha = 1, 2, 3, 4, \\ 1/36, & \alpha = 5, 6, 7, 8, \end{cases} \quad (13)$$

et la vitesse du réseau est donnée par $c = \Delta x / \Delta t$.

La fonction de distribution à l’équilibre f_i^{eq} satisfait les contraintes de moments suivantes :

$$\sum_i f_i^{eq} = 0, \quad \sum_i f_i^{eq} \mathbf{c}_i = \mathbf{u}, \quad \Pi^{eq} = \sum_i f_i^{eq} \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i = \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I}, \quad (14)$$

où $p = p_h / \rho$ désigne la pression hydrodynamique normalisée.

L’expression explicite de la fonction de distribution à l’équilibre est

$$f_i^{eq} = \begin{cases} -(1 - \omega_0) \frac{p}{c_s^2} - \omega_0 \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2c_s^2}, & \alpha = 0, \\ \omega_\alpha \left[\frac{p}{c_s^2} + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2c_s^2} \right], & \alpha \neq 0, \end{cases} \quad (15)$$

où $c_s = c / \sqrt{3}$ est la vitesse du son du réseau.

Si une densité de force \mathbf{f} agit sur le système (solide ou fluide), le terme de forçage correspondant dans la LBE (12) est donné par [10] :

$$F_i = \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau}\right) \omega_\alpha \left[\frac{\mathbf{c}_i - \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^4} \mathbf{c}_i \right] \cdot \frac{\mathbf{f}}{\rho}. \quad (16)$$

La vitesse macroscopique et la pression sont alors récupérées comme [7] :

$$\mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{c}_i + \frac{\Delta t}{2\rho} \mathbf{f}, \quad (17a)$$

$$p = \frac{1}{1 - \omega_0} \left(\sum_{\alpha \neq 0} f_i c_s^2 - \frac{\omega_0}{2} |\mathbf{u}|^2 \right). \quad (17b)$$

Via un développement de Chapman–Enskog [1], le tenseur des contraintes visqueuses est donné par

$$\boldsymbol{\tau} = 2\nu\rho\mathbf{D}[\mathbf{u}] = - \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau} \right) \boldsymbol{\Pi}^{neq}, \quad (18)$$

où $\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{\Delta t}{2} \right)$ est la viscosité cinématique, et $\boldsymbol{\Pi}^{neq}$ est le tenseur de flux de quantité de mouvement hors équilibre défini comme

$$\boldsymbol{\Pi}^{neq} = \sum_i (f_i - f_i^{eq}) \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i.$$

Pour pénaliser la contrainte de corps rigide, nous introduisons le terme source suivant dans l'équation (12) dans le domaine solide :

$$S_i = \frac{\omega\alpha}{2c_s^4} \mathbf{E} : (\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i - c_s^2 \mathbf{I}), \quad \text{avec} \quad \mathbf{E} = \alpha \boldsymbol{\Pi}^{neq}. \quad (19)$$

Ici, $\alpha \in \mathbb{R}$ est un paramètre ajustable. Un développement de Chapman–Enskog de la LBE modifiée montre que le terme de pénalisation modifie effectivement la viscosité, donnant une *viscosité effective* dans le domaine solide :

$$\nu^{\text{eff}} = \frac{\nu}{1 - \alpha\tau}. \quad (20)$$

Pour la stabilité numérique, la viscosité effective doit rester positive, conduisant à la condition :

$$\alpha < \frac{1}{\tau} < 2. \quad (21)$$

En pratique, α est choisi proche de $1/\tau$ dans la région solide pour imposer une quasi-rigidité, tout en maintenant la stabilité dans la région fluide.

2.3 Stratégie de collision

Lorsque plusieurs particules solides sont présentes dans le fluide, des forces répulsives à courte portée sont introduites pour modéliser les interactions particule–particule et particule–paroi. La force répulsive exercée sur la particule i par une particule j s'écrit

$$\mathbf{F}_{\text{col}}^{i,j} = \begin{cases} 0, & d_{i,j} > R_i + R_j + \delta, \\ \frac{C}{\varepsilon_p} (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j) \left(\frac{R_i + R_j + \delta - d_{i,j}}{\delta} \right)^2, & d_{i,j} \leq R_i + R_j + \delta, \end{cases} \quad (22)$$

où $d_{i,j}$ est la distance entre particules, δ la portée d'interaction, ε_p un paramètre de raideur, et $C = (\rho_s - \rho_f)g$. Une expression similaire est utilisée pour la force particule–paroi :

$$\mathbf{F}_{\text{wall}}^{i,k} = \begin{cases} 0, & d'_{i,k} > 2R_i + \delta, \\ \frac{C}{\varepsilon_w} (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}'_{ik}) \left(\frac{2R_i + \delta - d'_{i,k}}{\delta} \right)^2, & d'_{i,k} \leq 2R_i + \delta, \end{cases} \quad (23)$$

où ε_w est la raideur de paroi. La force totale de collision sur la particule i est alors

$$\mathbf{F}_{\text{col}}^i = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{\text{col}}^{i,j} + \sum_k \mathbf{F}_{\text{wall}}^{i,k}.$$

2.4 Mise à jour des particules

À chaque pas de temps, les vitesses translatatoires et angulaires des particules sont obtenues par intégration du champ fluide sur le domaine solide :

$$\mathbf{U}^n = \frac{1}{M} \int_{\Omega_s^n} \rho_s \mathbf{u}^n dV, \quad (24a)$$

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^n = \int_{\Omega_s^n} \mathbf{r} \times (\rho_s \mathbf{u}^n) dV. \quad (24b)$$

Les positions sont ensuite mises à jour à l'aide d'un schéma explicite de type prédiction–correction inspiré de Patankar et al. [2], dans lequel la force de collision intervient de manière itérative pour éviter tout chevauchement avec les autres particules ou les parois. Enfin, l'accélération obtenue pour chaque particule est convertie en un terme de forçage

$$F_i^{n+1} = \sum_{i=1}^{N_p} \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) w_\alpha \left[\frac{\mathbf{c}_i - \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^4} \mathbf{c}_i \right] \cdot \mathbf{A}_i^{n+1},$$

qui est ajouté dans la LBE (voir Eq. (16)). Les effets externes tels que la gravité sont déjà inclus directement dans l'équation de Boltzmann (Eq. (12)).

3 Résultats numériques

Toutes les quantités rapportées dans cette étude sont exprimées en unités de réseau (l.u.), suivant la pratique standard dans la littérature Lattice Boltzmann (LB) [1]. Cela signifie que l'espacement de réseau et le pas de temps sont fixés à l'unité, $\Delta x^* = \Delta t^* = \rho^* = 1$, et donc le facteur de conversion pour la longueur, le temps et la densité sont respectivement égaux à Δx , Δt et ρ . De plus, dans chaque simulation le paramètre α a été fixé à $1/\tau$.

3.1 Validation : Comportement Drafting–Kissing–Tumbling (DKT)

Nous considérons le comportement drafting–kissing–tumbling (DKT) de deux particules circulaires dans un canal vertical. Les deux particules ont la même densité, $\rho_s = 1.01 \rho_f$, et diamètre $D = 0.2$ cm. Le domaine de calcul est $L \times H = 10D \times 4L$. La gravité agit vers le bas avec $g = 980$ cm/s², et le fluide a une viscosité cinématique $\nu = 0.01$ cm²/s. Initialement, les particules sont positionnées au centre du canal avec les coordonnées verticales $y_0 = 7.2$ cm (particule supérieure) et $y_1 = 6.8$ cm (particule inférieure). Les paramètres de simulation sont :

$$(L, \tau, \rho_f, \rho_s, \nu, G, T) = (400, 1.0, 1.0, 1.01, 0.01, 10000)$$

avec $\Delta x = 0.01$ cm et $\Delta t = 1/600$ s. Les paramètres pour les collisions sont $\varepsilon_p = \varepsilon_w = 2$ et $\delta = 1$.

Comme attendu, la particule de tête (particule inférieure) génère un sillage de basse pression dans lequel la particule de queue (particule supérieure) subit une force de traînée réduite et accélère vers le bas. Cette étape initiale est appelée *drafting*, clairement observée sur la Figure 4 à $t = 1.65$ s, où la particule suivante s'approche de la particule de tête dans son sillage. Ensuite, les particules entrent en contact étroit (*kissing*) autour de $t = 1.98$ s, formant une configuration temporaire allongée le long de la direction de l'écoulement. Parce que cette configuration est instable, à $t = 3.32$ s et $t = 4.98$ s, les particules se séparent et entrent dans la phase de *tumbling*. Les Figure 2 et Figure 3 montrent l'évolution temporelle des positions des centroïdes des particules de tête et de queue. Nos résultats s'accordent qualitativement avec les simulations de référence LBM de Feng et al. [4] et Jafari et al. [3].

3.2 Validation : Sédimentation d'un grand nombre de particules

Nous considérons la sédimentation d'un grand nombre de particules circulaires dans une boîte fermée bidimensionnelle, suivant la configuration de Glowinski et Feng [4]. Le domaine de calcul a une largeur et une hauteur de 2 cm, et contient 504 particules circulaires de diamètre $d = 0.0625$ cm. Initialement,

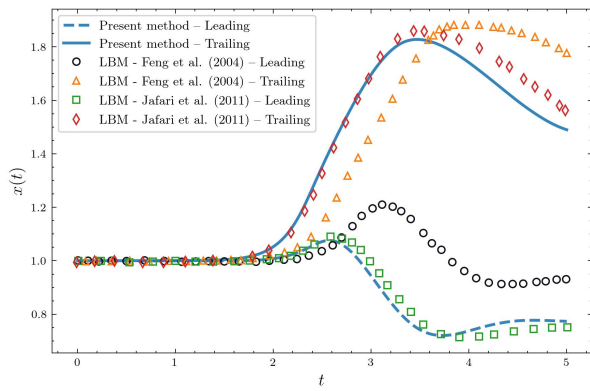


FIGURE 2 – Coordonnée x des centres de masse. x en cm, t en s.

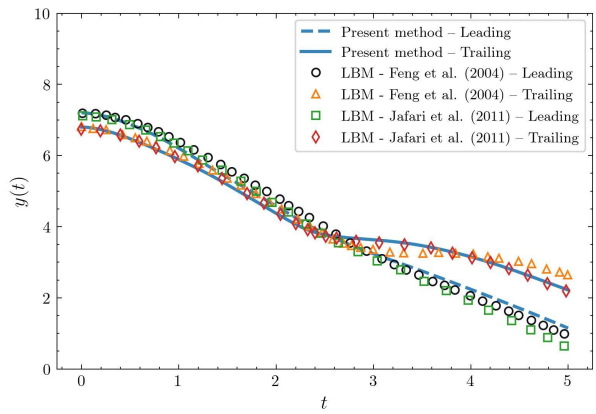


FIGURE 3 – Coordonnée y des centres de masse. y en cm, t en s.

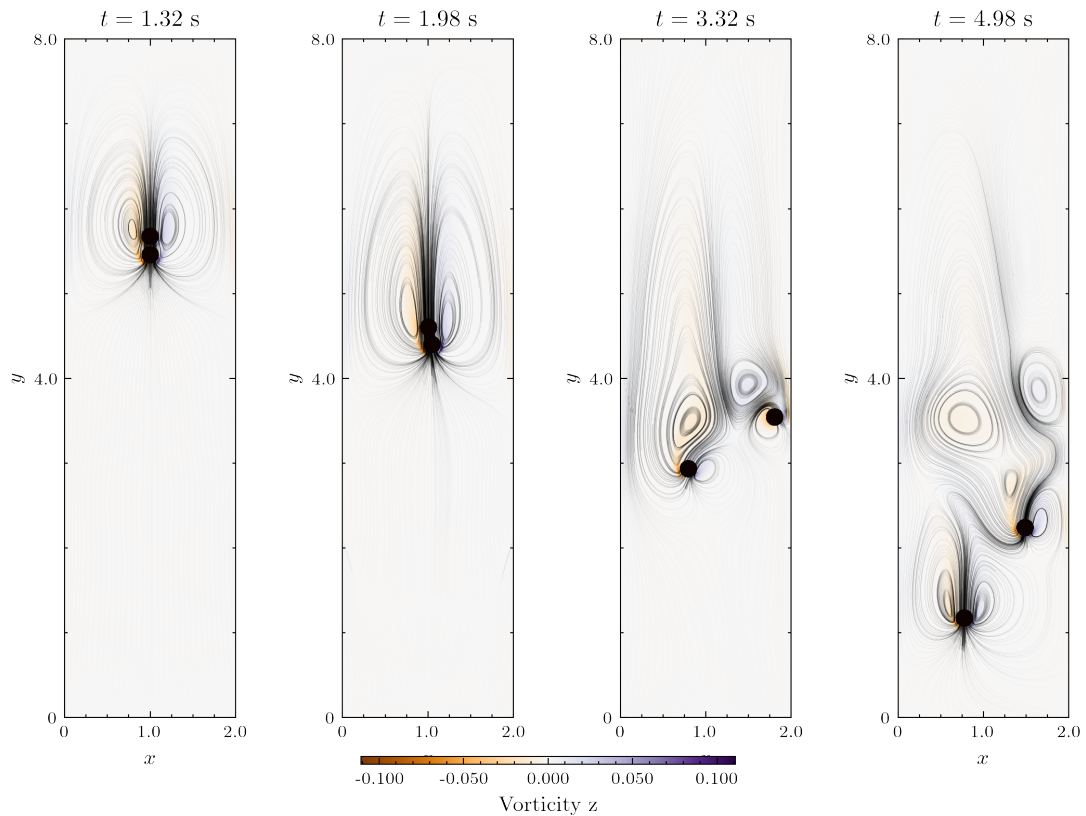


FIGURE 4 – Vorticite dans la direction z et lignes de courant autour des particules à des temps successifs, illustrant les trois phases : drafting, kissing et tumbling.

les particules sont arrangées en 18 lignes horizontales, avec 28 particules par ligne. Les espacements horizontaux et verticaux entre les particules et entre les particules et les parois sont fixés selon le motif décrit dans Feng [4], avec la première ligne située à une distance $6d/16$ de la paroi supérieure. Le fluide est initialement au repos, avec densité $\rho_f = 1 \text{ g cm}^{-3}$ et viscosité cinématique $\nu = 1 \text{ g ms}^{-1}$. Le rapport de densité particule-fluide est $\rho_s = 1.01\rho_f$. La force répulsive entre particules a une portée $d/16$ et des paramètres de raideur $\epsilon_p = 2$ et $\epsilon_w = 0.5\epsilon_p$. Les paramètres de simulation sont :

$$(L, \tau, \rho_f, \rho_s, \nu, G, T) = (512, 1.0, 1.0, 1.01, 0.01, 23600)$$

ce qui correspond à $\Delta x \simeq 0.003 \text{ cm}$ et $\Delta t \simeq 0.0002 \text{ s}$.

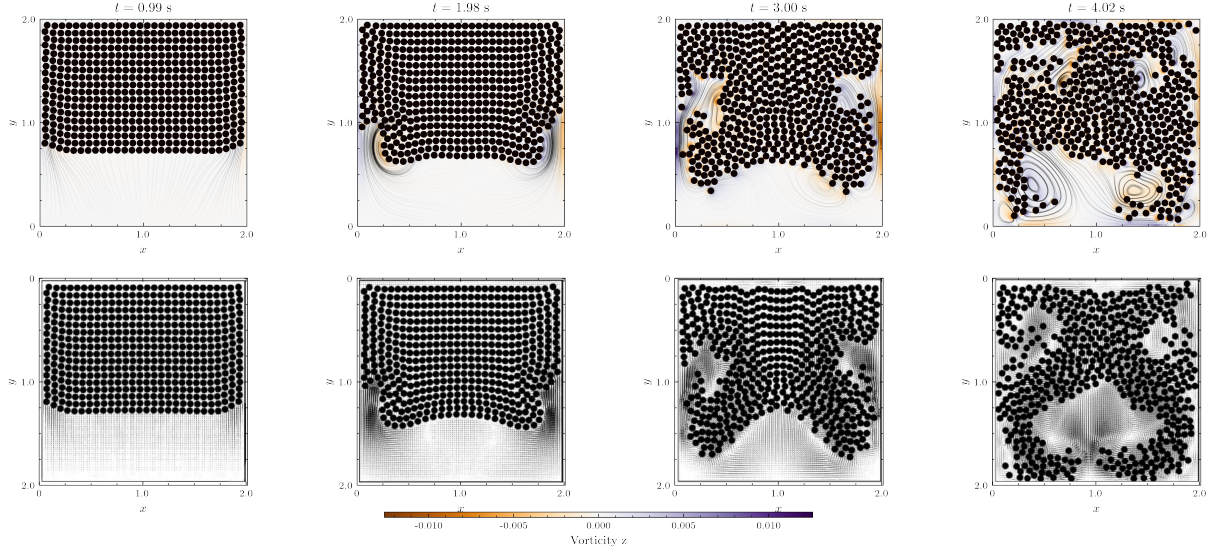


FIGURE 5 – Comparaison de la sédimentation d’un grand nombre de particules circulaires dans une enceinte 2D. Ligne du haut : simulations actuelles ; ligne du bas : résultats de Feng [4]. Chaque colonne correspond à un instant donné, montrant les positions des particules et la vorticité le long de l’axe z .

Initialement, toutes les particules commencent à sédimenter uniformément. Les parois g enent les particules les plus proches, conduisant à la création de tourbillons latéraux, qui se divisent et évoluent lorsque les particules sont tirées vers le bas (Fig. 5). Ce benchmark démontre la capacité de l’approche présentée à capturer la dynamique collective des particules, les interactions hydrodynamiques et les instabilités de type Rayleigh–Taylor dans les écoulements denses de particules, en bon accord qualitatif avec Feng [4].

4 Travaux à venir

De nombreux systèmes physiques présentent des dynamiques intrinsèquement confinées à une surface courbe, qu’il s’agisse de films de savon, de membranes biologiques ou d’interfaces fluides [9]. Dans la littérature, deux grandes approches ont été développées pour étendre la méthode Lattice Boltzmann au cas de surfaces immergées dans \mathbb{R}^3 : (i) conserver un schéma LBM tridimensionnel classique en incorporant la géométrie de la surface via un terme de force extérieur imposant la contrainte géométrique [13, 9] ; (ii) s’écarter de la LBM au sens strict en résolvant directement l’équation de Boltzmann–BGK sur la surface par des schémas volumes-finis ou différences-finis adapt es [14].

Dans notre cas, nous envisageons une méthode où l’étape de streaming serait un véritable transport cinétique le long des géodésiques de la surface. Cela signifie que l’étape de streaming serait l’application de l’exponentielle géodésique. Cette approche remplace l’étape de streaming classique dans \mathbb{R}^3 qui déplace les particules selon des lignes droites dirigées par les vecteurs vitesses du réseau. En supposant connue la formulation de l’équation de Boltzmann–BGK sur une surface, la mise en oeuvre d’un tel schéma soulève plusieurs défis, notamment la construction d’un maillage discret à la fois en espace et en vitesses. Pour conserver la structure classique du LBM, avec l’étape (i) de collision suivie de l’étape (ii) de streaming, le réseau doit être conçu de sorte que le transport le long d’une géodésique initiée par

une vitesse c_α mène précisément au noeud suivant du maillage. Cette contrainte impose une cohérence stricte entre le maillage de la surface et la discrétisation des vitesses.

Nous pensons dans un premier temps nous concentrer sur des surfaces simples, telles que la sphère ou le tore, et espérons pouvoir présenter de premiers résultats lors du CSMA 2026.

5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons développé une méthode de pénalisation des contraintes dans le cadre de la LBM pour modéliser les interactions fluide–structure avec des corps rigides. Cette approche étend le concept de domaine fictif en imposant le mouvement rigide directement dans le champ de vitesse du fluide, éliminant ainsi le recours aux multiplicateurs de Lagrange ou au calcul explicite des forces d’échange. La formulation proposée conserve la simplicité, la localité et l’efficacité du LBM tout en capturant fidèlement la dynamique des corps rigides et le couplage fluide–solide.

Enfin parallèlement à ce travail, nous envisageons de développer une formulation LBM intrinsèque pour des surfaces courbes, permettant de traiter des écoulements confinés à des variétés comme des sphères ou des tores, ouvrant la voie à des simulations plus générales de fluides sur des géométries complexes.

Références

- [1] T. Krüger, H. Kusumaatmaja, A. Kuzmin, O. Shardt, G. Silva, E. Viggen. *The Lattice Boltzmann Method : Principles and Practice*, Springer, Cham, Switzerland, 2017.
- [2] N.A. Patankar, P. Singh, D.D. Joseph, R. Glowinski, T.-W. Pan. *A new formulation of the distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows*, International Journal of Multiphase Flow, 26(9) :1509–1524, 2000.
- [3] S. Jafari, R. Yamamoto, M. Rahnama. *Lattice-Boltzmann method combined with smoothed-profile method for particulate suspensions*, Physical Review E, 83(2) :026702, 2011.
- [4] Z.-G. Feng, E.E. Michaelides. *The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid–particles interaction problems*, Journal of Computational Physics, 195(2) :602–628, 2004.
- [5] A.J.C. Ladd. *Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2. Numerical results*, Journal of Fluid Mechanics, 271 :311–339, 1994.
- [6] J. Feng, H.H. Hu, D.D. Joseph. *Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid. Part 2. Couette and Poiseuille flows*, Journal of Fluid Mechanics, 277 :271–301, 1994.
- [7] Z. Guo, B. Shi, N. Wang. *Lattice BGK Model for Incompressible Navier–Stokes Equation*, Journal of Computational Physics, 165(1) :288–306, 2000.
- [8] R. Valette, J. Bruchon, H. Digonnet, P. Laure, M. Leboeuf, L. Silva, B. Vergnes, T. Coupez. *Méthodes d’interaction fluide-structure pour la simulation multi-échelles des procédés de mélange*, Mécanique & Industries, 8 :251–258, 2007.
- [9] J. Debus *et al.*, *Phys. Rev. E*, vol. 93, no. 4, p. 043316, Apr. 2016. doi : 10.1103/PhysRevE.93.043316.
- [10] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi. *Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method*, Physical Review E, 65(4) :046308, 2002.
- [11] J. Feng, H.H. Hu, D.D. Joseph. *Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid Part 1. Sedimentation*, Journal of Fluid Mechanics, 261 :95–134, 1994.
- [12] A.J.C. Ladd, R. Verberg. *Lattice-Boltzmann Simulations of Particle-Fluid Suspensions*, Journal of Statistical Physics, 104(5-6) :1191–1251, 2001.
- [13] M. Mendoza, S. Succi, and H. J. Herrmann, *Flow Through Randomly Curved Manifolds*, Sci. Rep. **3**, 3106 (2013). doi :10.1038/srep03106.
- [14] V. E. Ambrus, E. Bellantoni, S. Busuioc, A. Gabbana, and F. Toschi, *Vielbein Lattice Boltzmann approach for fluid flows on spherical surfaces*, arXiv :2504.15574 [physics.flu-dyn], submitted on 22 Apr 2025. doi :10.48550/arXiv.2504.15574.