

Reconstruction de champs de contraintes à partir de données cinématiques résolues en temps : Cas d'une onde dans un matériau élastoplastique

N. Sheng¹, R. Seghir¹, T. Heuzé², X. Liu¹

¹ Nantes Université, École Centrale de Nantes, Institut de recherche en génie civil et mécanique (GeM), UMR CNRS 6183, F-44000 Nantes, France, (ningyue.sheng, rian.seghir, xiaodong.liu)@ec-nantes.fr

² Univ Brest, Bretagne INP, Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRD), UMR CNRS 6027, F-29200 Brest, France, thomas.heuze@enib.fr

Résumé — Cette étude étend l'identification de la réponse constitutive à partir de données (Data-Driven Identification (DDI)) à la dynamique de propagation d'ondes élastoplastiques dans une barre. Afin de tester la méthode, les champs de déplacement obtenus par simulation aux éléments finis explicite sont utilisés comme données d'entrée dans une formulation DDI dynamique incluant l'inertie mécanique. Ces champs de contraintes reconstruits, sans hypothèses constitutives, permettent ainsi de véritablement sonder par l'image, la réponse locale, éventuellement hétérogène, en temps et en espace.

Mots clés — Data-driven, Identification, Dynamique, Onde, Plasticité

1 Introduction

La déformation à grande vitesse des matériaux intervient dans de nombreuses applications scientifiques et d'ingénierie, notamment les phénomènes d'explosion et d'impact dans les domaines de la défense et du transport, les collisions de débris spatiaux, ainsi que les procédés de mise en forme des métaux à grande vitesse tels que le poinçonnage, la mise en forme électromagnétique ou le soudage par explosion. Dans ces situations, les vitesses de déformation locales peuvent atteindre $10^3 - 10^6 \text{ s}^{-1}$, et le chargement est fortement transitoire. Il en résulte souvent de forts gradients de contraintes et de déformations, des phénomènes de localisation et même des évolutions microstructurales sur des échelles espace-temps très réduites (de l'ordre de la $\mu\text{m} - \mu\text{s}$). Dans de telles conditions, les hypothèses usuelles sous-jacentes à la caractérisation classique des matériaux, à savoir l'équilibre quasi-statique, des états de contrainte homogènes et une microstructure effectivement stationnaire (*i.e.* les évolutions microstructurales sont négligeables à l'échelle de la durée de la mesure), ne sont plus valides. La réponse du matériau devient dépendante de l'histoire de chargement, spatialement non uniforme et couplée aux effets thermiques. Il devient alors difficile de définir un élément de volume représentatif pertinent et de construire des modèles de comportement qui restent fiables en dehors du dispositif expérimental spécifique dans lequel ils ont été identifiés.

Un défi majeur des problèmes dynamiques tient au fait que l'ensemble des grandeurs mécaniques (ou thermomécaniques) gouvernant l'écoulement plastique sont expérimentalement difficile à obtenir avec une grande résolution à la fois en espace et en temps, un compromis est souvent nécessaire. L'imagerie ultra-rapide à haute résolution spatiale permet désormais d'acquérir des champs de déplacements et de déformations au cours d'événements très rapides, *e.g.*, [10, 13]. Cependant, la grandeur conjuguée, à savoir le champ de contraintes, reste essentiellement inaccessible lorsque la configuration n'est pas isostatique ou lorsque le chargement ne peut pas être mesuré directement, ce qui est précisément la situation rencontrée dans les problèmes de type impact. En l'absence de contraintes locales, il est donc impossible de dissocier les rôles respectifs de l'adoucissement thermique, de l'adoucissement structural (ou microstructural) et d'un éventuel durcissement à très grande vitesse de déformation ($>10^4 \text{ s}^{-1}$), qui ont été rapportés pour les métaux soumis à des chargements extrêmes [3, 8, 12].

Cette limitation motive le recours à des approches d'identification alternatives, qui estiment les contraintes directement à partir des cinématiques mesurées et des équations d'équilibre, plutôt que de les calculer au moyen d'un modèle de comportement prédéfini, comme dans une identification inverse via un calcul éléments finis (FE) [4] ou la méthode des champs virtuels [2]. L'identification basée sur des

données numériques (DDI) est l'une de ces approches. L'approche a initialement été introduite par Kirchdoerfer et Ortiz pour le calcul direct sans relation de comportement mais à partir de bases de données, nommé Data-Driven Computational Mechanics (DDCM) [5]. L'approche inverse (DDI) a ensuite été proposée par Leygue *et al.* pour la reconstruction de champs de contraintes admissibles à partir de déplacements (ou de déformations) mesurés et de chargements globaux dans des problèmes quasi-statiques [6]. Dans cette formulation, le champ de contraintes est recherché dans un espace de variables approprié (*e.g.*, (ϵ, σ)) de sorte à minimiser par morceaux sa distribution autour d'une variété sous contraintes d'équilibre quasi-statique, supprimant ainsi la nécessité de toute sélection *a priori* d'une équation de comportement.

Plus récemment, Leygue *et al.* ont étendu le cadre DDI à des problèmes élastodynamiques, en remarquant dans cette extension que le bilan de la quantité de mouvement contient simplement une force volumique additionnelle liée à l'inertie mécanique et que l'accélération peut être obtenue à partir du champ de déplacement mesuré [7]. Cette version fait écho aux approches directes inertielles de type "stress-gauge" déjà utilisées dans des essais unidimensionnels (1D) de type impact, où les accélérations sont traitées comme une cellule de charge effective pour reconstruire des profils de contrainte transitoires à partir de l'équation d'équilibre 1D [9, 11]. Cependant, la DDI offre à la fois un moyen, de généraliser l'approche à des cas de chargement et géométries plus complexes, mais aussi de fournir un outil de filtrage de la donnée expérimentale potentiellement plus puissant. La DDI lisse les variations de contraintes locales en s'appuyant sur la réponse matérielle de l'ensemble de l'échantillon, introduisant une régularisation longue distance (espace-temps) entre différents points matériels. Cette approche, qui ne repose pas sur un lissage spatial, mais s'opère dans l'espace de variables constitutives, pourrait éventuellement être un avantage pour l'étude de discontinuités spatiales comme les ondes de chocs. Cette DDI dynamique relaxe en outre, comme il est démontré dans ce travail, la contrainte d'avoir à imager et/ou mesurer les conditions aux limites en effort, ce qui est nécessaire en DDI quasi-statique et approches "stress-gauge", offrant ainsi la possibilité de zoomer dans la matière afin de mieux capturer les interactions ondes micro-structure.

Dans ce contexte, la présente étude considère la propagation d'ondes dans une barre élastoplastique 1D comme un problème modèle. La formulation de ce problème transitoire 1D dans le cadre de la DDI dynamique permet de tester, sur une géométrie simple, les ingrédients d'identification qui seront ensuite nécessaires dans un cadre 2D plus complexe. Le cas 1D doit donc être considéré comme une étape de validation intermédiaire, avant de reconstruire des champs de contraintes multidimensionnels à partir d'imagerie, dans des configurations dynamiques et hétérogènes. Dans notre configuration, la barre est soumise à un chargement de type impact propageant des états élastiques et plastiques le long de cette dernière. Les champs cinématiques sont obtenus par simulation FE, et les accélérations sont déduites, de ces champs préalablement bruités et filtrés, par différences finies. Ces champs sont ensuite utilisés comme données d'entrée dans une version dynamique étendue de l'algorithme DDI, dans laquelle le terme d'inertie mécanique est introduit. Dans ce cadre, l'algorithme reconstruit simultanément la réponse constitutive (paires contrainte-déformation) et l'évolution spatio-temporelle du champ de contrainte axiale.

2 Formulation de la DDI

L'objectif de la procédure DDI, initialement introduite dans [6] et analysée plus en détail dans [7, 14], est de reconstruire des champs de contraintes qui satisfont l'équilibre mécanique sans pré-supposer aucun modèle de comportement et, simultanément, d'en faire l'appariement avec des déformations issues de mesures cinématiques par corrélation d'images, de sorte à construire une base de données d'états matériaux. Cette section rappelle la formulation quasi-statique et montre son extension à des essais dynamiques.

2.1 Cadre discret, base de données matériau et affectation

On suppose que la campagne de mesures fournit une séquence de champs de déplacement instantanés, définis sur la surface d'un corps à différents instants indexés par $t = 1, \dots, N_t$. Ces champs sont projetés sur un maillage FE de sorte que l'ensemble des grandeurs cinématiques mesurées soit rassemblé dans un même modèle discret. On note $q = 1, \dots, N_q$ les points de quadrature de ce maillage et $e = 1, \dots, N_e$

l'indice des éléments. On utilise un point d'intégration par élément, d'où $N_q = N_e$. À chaque couple (q, t) , les déplacements mesurés donnent accès aux déformations $\epsilon_q^t \in \mathbb{R}^{n_\epsilon}$, où n_ϵ désigne le nombre de composantes de déformation indépendantes (e.g., $n_\epsilon = 3$ en 2D en déformation plane et $n_\epsilon = 6$ en 3D). Les contraintes correspondantes $\sigma_q^t \in \mathbb{R}^{n_\sigma}$, $n_\sigma = n_\epsilon$, sont inconnues et doivent être identifiées. Les actions extérieures au pas t sont rassemblées dans le vecteur des forces nodales $\mathbf{f}^t \in \mathbb{R}^{n_u}$, où n_u est le nombre de degrés de liberté de déplacement.

L'équilibre global est formulé *via* la matrice \mathbf{B} liant les déformations aux déplacements, qui projette les contraintes σ_q^t sur l'espace des forces nodales. En régime quasi-statique, cette relation s'exprime par :

$$\mathbf{B}^\top \boldsymbol{\sigma}^t = \mathbf{f}^t, \quad (1)$$

avec $\boldsymbol{\sigma}^t$ le vecteur regroupant toutes les contraintes élémentaires au temps t . Cette équation jouera le rôle d'une liaison interne forte dans la procédure DDI.

Le but de la DDI est de déterminer un ensemble fini de N^* états matériaux $\{(\epsilon_i^*, \sigma_i^*)\}_{i=1}^{N^*}$ ainsi que des états mécaniques $(\epsilon_q^t, \sigma_q^t)$ satisfaisant les équations d'équilibre, tel que, pour chaque pas de temps t et chaque point de quadrature q , $(\epsilon_q^t, \sigma_q^t)$ soient proche de leur état matériel associé $(\epsilon_{S(q,t)}^*, \sigma_{S(q,t)}^*)$ *via* l'application $S : (q, t) \mapsto S(q, t) \in \{1, \dots, N^*\}$, au sens de la norme énergétique choisie [6]. L'application S peut être représentée par une matrice binaire $\mathcal{S} \in \{0, 1\}^{N_t N_q \times N^*}$, avec

$$\mathcal{S}_{qi}^t = 1 \Leftrightarrow S(q, t) = i, \quad \mathcal{S}_{qi}^t = 0 \quad \text{sinon.} \quad (2)$$

2.2 Problème d'optimisation DDI (quasi-statique)

Le problème DDI peut alors s'écrire comme la recherche simultanée des contraintes inconnues σ_q^t , des états de la base de données $\{\epsilon_i^*, \sigma_i^*\}$ et de l'appariement $S(q, t)$ qui minimisent l'écart global entre états mécaniques et états de la base de données, sous la contrainte que l'équilibre mécanique local soit satisfait :

$$\text{solution} = \arg \min_{\sigma_q^t, \epsilon_i^*, \sigma_i^*} \text{stat}_S \mathcal{F}(\sigma_q^t, \epsilon_i^*, \sigma_i^*, S) \quad (3)$$

$$\text{tel que } \sum_q w_q^t \mathbf{B}_{qj}^{t\top} \sigma_q^t = \mathbf{f}_j^t, \quad \forall t, j, \quad (4)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\sigma_q^t, \epsilon_i^*, \sigma_i^*, S) &= \sum_t \sum_q w_q^t \left\| (\epsilon_q^t - \epsilon_{S(q,t)}^*, \sigma_q^t - \sigma_{S(q,t)}^*) \right\|_{\mathbb{C}_0}^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_t \sum_q w_q^t \left((\epsilon_q^t - S_{qi}^t \epsilon_i^*) : \mathbb{C}_0 : (\epsilon_q^t - S_{qi}^t \epsilon_i^*) + (\sigma_q^t - S_{qi}^t \sigma_i^*) : \mathbb{C}_0^{-1} : (\sigma_q^t - S_{qi}^t \sigma_i^*) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Ici, \mathbb{C}_0 est un pseudo-tenseur d'ordre quatre symétrique et défini positif, w_q^t est le poids de quadrature associé au point d'intégration q au pas t , intégrant le déterminant de la Jacobienne pour le passage au repère physique. Pour un appariement d'état arbitraire $S(q, t)$, l'équilibre mécanique (4) est imposé au moyen de multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}^t$, ce qui conduit aux équations de stationnarité suivantes :

$$\left(\sum_q w_q^t \mathbf{B}_{qj}^{t\top} : \mathbb{C}_0 : \mathbf{B}_{qj}^t \right) \boldsymbol{\lambda}_j^t = \mathbf{f}_j^t - \sum_q w_q^t \mathbf{B}_{qj}^{t\top} \sigma_{S(q,t)}^*, \quad (7a)$$

$$\sigma_q^t = \sigma_{S(q,t)}^* + \mathbf{B}_{qj}^t \boldsymbol{\lambda}_j^t, \quad \forall t, j. \quad (7b)$$

Ce système linéaire est résolu de façon à déterminer successivement les contraintes associées aux états matériaux et celles associées aux états mécaniques. L'algorithme itératif suivant est alors utilisé pour calculer la base de données matériaux, les contraintes mécaniques et l'appariement des états :

1. initialiser les champs de contraintes associés aux états mécaniques $\{(\epsilon_q^t, \sigma_q^t)\}_{q,t}$, qui peuvent être obtenus à partir d'une simulation par FE utilisant un modèle constitutif arbitraire;

2. calculer les états matériaux $\{(\epsilon_i^*, \sigma_i^*)\}_{i=1}^{N^*}$ ainsi qu'un (nouvel) appariement $S(q, t)$ en appliquant un algorithme de k -means à l'ensemble des états mécaniques $\{(\epsilon_q^t, \sigma_q^t)\}_{q,t}$;
3. calculer les multiplicateurs de Lagrange $\{\lambda^t\}_t$ à partir de l'Équation (7a);
4. mettre à jour les contraintes mécaniques $\{\sigma_q^t\}_{q,t}$ selon l'Équation (7b);
5. répéter les étapes 2 à 4 jusqu'à la convergence de l'appariement $S(q, t)$ et du champ de contraintes mécaniques $\{\sigma_q^t\}_{q,t}$.

2.3 Extension au cas dynamique

Lorsque l'essai est dynamique et que les champs de déplacement \mathbf{u}^t sont enregistrés à une fréquence suffisamment élevée pour permettre la dérivation temporelle par différences finies, l'équation de la quantité de mouvement doit inclure l'inertie mécanique. Les accélérations nodales peuvent être approximées par une différence finie centrée :

$$\mathbf{a}^t \approx \frac{\mathbf{u}^{t+1} - 2\mathbf{u}^t + \mathbf{u}^{t-1}}{\Delta t^2}. \quad (8)$$

L'équation discrète de la quantité de mouvement au temps t s'écrit alors :

$$\mathbf{B}^\top \boldsymbol{\sigma}^t + \mathbf{M}\mathbf{a}^t = \mathbf{f}^t, \quad (9)$$

où \mathbf{M} est la matrice de masse FE. Sous cette forme, le terme inertiel $\mathbf{M}\mathbf{a}^t$ constitue un chargement nodal connu, basé sur les mesures. Le problème d'optimisation conserve la même structure que dans le cas quasi-statique. Cependant, en injectant l'Équation (9) dans l'Équation (3), on obtient une formulation DDI incluant les forces de volume. La procédure globale de résolution DDI reste identique à celle utilisée dans le cas quasi-statique. Des détails supplémentaires sur cette stratégie de minimisation alternée et sur ses propriétés de convergence peuvent être trouvés dans les travaux de Leygue *et al.* [6, 7].

3 Résultats et discussion

3.1 Exemple numérique et simulation FE

Nous considérons une barre 1D de longueur $L = 6$ m, définie sur l'intervalle spatial $x \in [0, 6]$ m. La barre est constituée d'un matériau élastoplastique avec un écrouissage isotrope linéaire. Elle est initialement non déformée et libre de toute contrainte. Les paramètres matériaux correspondants de la barre en acier sont résumés dans le Tableau 1. À l'instant initial $t = 0$, une contrainte de traction donnée $\sigma_{\text{load}}(t)$ est appliquée à l'extrémité gauche ($x = 0$), suivant le profil temporel illustré sur la Figure 1(a). Le chargement augmente de façon monotone et régulière jusqu'à dépasser la limite élastique et à induire une déformation plastique, avec un chargement maximal $\sigma_{\text{load}}^{\text{max}} = 800$ MPa. Le temps de chargement total est $t_{\text{tot}} = 1.2 \times 10^{-3}$ s (voir Figure 1(b)), soit la durée de propagation de l'onde élastique sur toute la longueur de la barre. L'extrémité droite ($x = L$) de la barre reste libre au cours de l'intervalle de temps étudié.

TABLE 1 – Propriétés matériaux correspondantes (acier) de la barre

Module de Young E [GPa]	Limité d'élasticité en traction σ_0 [MPa]	Module d'écrouissage Q [GPa]	Masse volumique ρ [kg/m ³]
200	400	10	7800

La réponse numérique de la barre 1D en acier est calculée en utilisant une simulation FE combinée à un schéma d'intégration temporelle explicite, dans lequel des éléments finis linéaires (P1) avec une quadrature à un point et une matrice de masse condensée ont été employés [1]. Aucune viscosité artificielle (numérique) n'a été ajoutée à la solution FE explicite. La barre est discrétisée en 500 éléments, et un nombre de Courant de 0.4 est adopté pour l'analyse dynamique. Les distributions de la contrainte axiale, de la déformation et de l'accélération aux instants représentatifs $t_1 = 3.782 \times 10^{-4}$ s et $t_2 = 1.184 \times 10^{-3}$ s sont illustrées sur les Figures 2(a) et (b). Après l'application du chargement, un précurseur élastique se

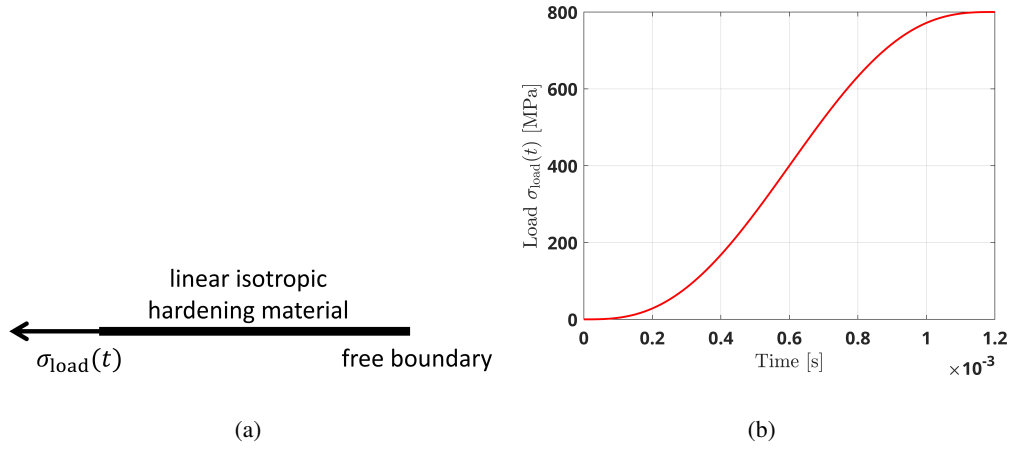


FIGURE 1 – (a) Barre 1D ($L = 6$ m) composée d’un matériau élastoplastique avec écrouissage isotrope linéaire, soumise à un chargement en traction $\sigma_{load}(t)$; (b) contrainte de traction $\sigma_{load}(t)$ dépendant du temps et croissant de manière monotone.

propage le long de la barre à la vitesse de l’onde élastique, suivi d’un front d’onde plastique. L’utilisation d’un chargement de traction croissant régulier et monotone atténue significativement les oscillations numériques parasites. Il convient de noter que des approximations non linéaires issus de schémas de discrétisation alternatifs, telles que des volumes finis ou la méthode de Galerkin discontinue en temps, pourraient être adoptées pour améliorer davantage la qualité de la solution numérique. Cependant, de tels développements dépassent le cadre de la présente étude. L’évolution espace–temps de la contrainte axiale sur l’ensemble de la barre et sur toute la durée de chargement est présentée sur la Figure 2(c).

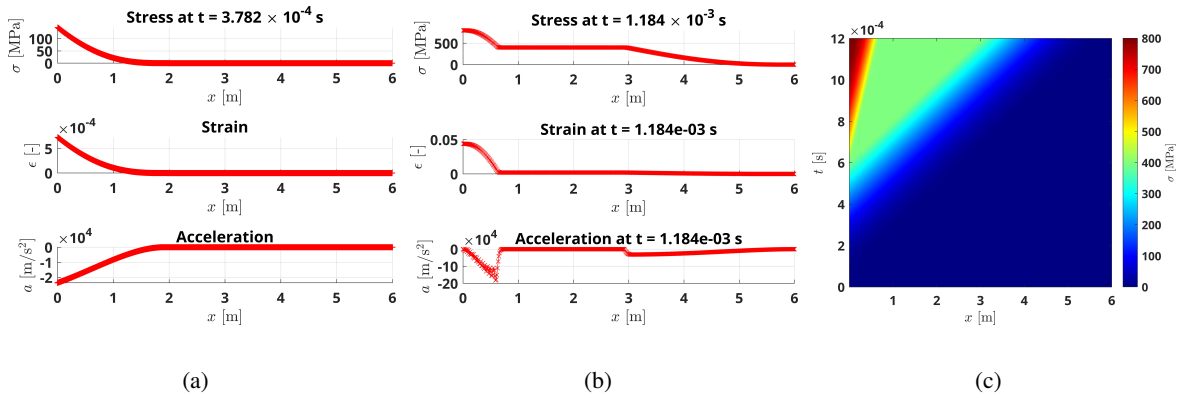


FIGURE 2 – Champs de contrainte σ , de déformation ϵ et d’accélération \mathbf{a} aux instants représentatifs : (a) $t_1 = 3.782 \times 10^{-4}$ s, (b) $t_2 = 1.184 \times 10^{-3}$ s; (c) carte espace–temps de la contrainte axiale le long de la barre sur toute la durée du chargement.

Les champs de déformation et d’accélération calculés à partir de la simulation FE sont utilisés comme données d’entrée pour la procédure DDI. Les champs de contrainte reconstruits par DDI sont ensuite comparés à ceux obtenus directement par l’analyse FE.

3.2 Résultats DDI et discussion

Les effets des paramètres DDI définis par l’utilisateur, à savoir le rapport entre le nombre d’états mécaniques et matériaux ($r_{Mat/Mech} = N_t N_p / N^*$) et le rapport entre le module pseudo-élastique (utilisé dans C_0) et le module de Young réel ($r_{C_0/E} = C_0 / E$), ont été examinés de manière systématique. Sur la base de cette analyse, les valeurs $r_{Mat/Mech} = 30$ et $r_{C_0/E} = 10$ ont été identifiées comme appropriées et sont utilisées dans la suite. Par souci de concision, les courbes de convergence correspondantes ne sont pas

présentées ici. Afin de reproduire des mesures expérimentales réalistes (par exemple issues de la corrélation d’images numériques (DIC)), un bruit multiplicatif gaussien de moyenne nulle d’amplitude 1% est ajouté au champ de déplacements. Le champ de déplacements bruité est ensuite lissé au moyen d’un filtre de Savitzky–Golay (noyau = 114.7 μ s), à partir duquel les champs de déformation et d’accélération sont calculés par différentiation. Ces champs filtrés de déplacement, de déformation et d’accélération sont finalement utilisés comme données d’entrée de la procédure DDI. Dans la procédure DDI considérée ici, seules des conditions de type Dirichlet sont imposées, à l’opposé des méthodes de Pierron *et al.* [11] qui nécessitent la connaissance de l’état de contrainte sur le bord (*e.g.*, bord libre). De ce fait, le problème inverse est résolu *via* les champs internes uniquement, sans recours aux données de frontière.

Dans ce cas, les contraintes sont initialisées à partir de la solution FE, perturbée par un bruit gaussien multiplicatif d’ordre de 20%, de manière à représenter une solution initiale aléatoire. La Figure 3(a) illustre la dispersion des contraintes initiales σ (points bleus) par rapport à la solution de référence FE (points noirs), ainsi que la solution DDI convergée après 95 itérations (points rouges). Après l’optimisation DDI, la réponse identifiée se replie sur une variété étroite qui suit de près la courbe de comportement de référence sur toute la plage de déformation explorée. Ce résultat montre que la formulation inverse est capable de retrouver, à partir d’états initiaux bruités, une réponse contrainte–déformation qui satisfait l’équilibre dynamique et est effectivement unique sur le domaine échantillonné. La Figure 3(b) compare les contraintes identifiées par DDI (σ^{DDI}) aux contraintes vraies de référence calculées à partir du modèle constitutif sous-jacent (σ^{FEM}) sur l’ensemble des pas de temps. L’accord est satisfaisant, pour 1% de bruit en entrée sur toute la gamme explorée.

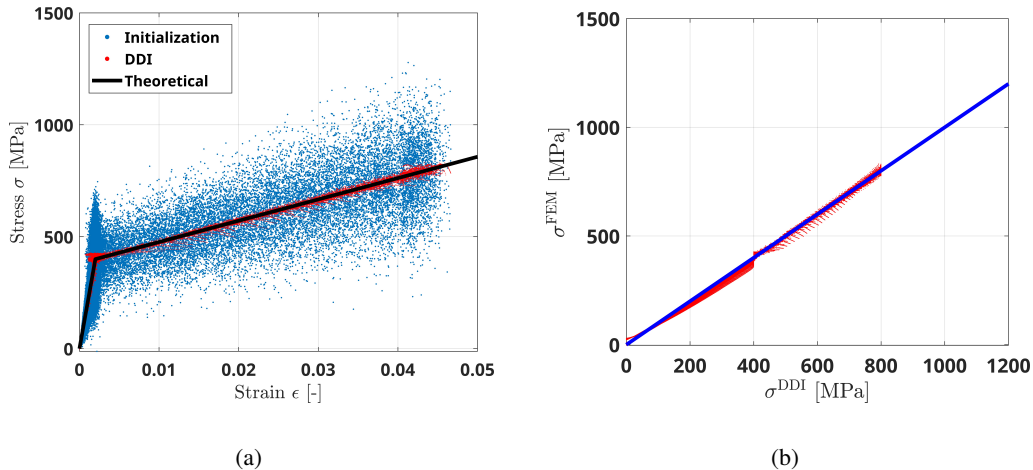


FIGURE 3 – (a) Loi de comportement dérivée par DDI comparée à la loi théorique et aux données initialisées; (b) nuage de points de σ^{DDI} vs. σ^{FEM} (points rouges) sur l’ensemble du jeu de données espace–temps. La ligne bleue représente l’identité 1 : 1 ($\sigma^{\text{FEM}} = \sigma^{\text{DDI}}$), indiquant un accord parfait.

En outre, la Figure 4 compare les champs de contrainte reconstruits par la procédure DDI à ceux obtenus par la simulation FE de référence à deux instants représentatifs. À l’instant précoce $t_1 = 3.782 \times 10^{-4}$ s (Figure 4(a)), la réponse est purement élastique. Un précurseur élastique abrupt est confiné près de l’extrémité chargée et décroît rapidement jusqu’à devenir pratiquement nul dans les deux premiers mètres de la barre. Malgré le gradient spatial abrupt, la contrainte reconstruite par DDI concorde bien avec la simulation FE sur l’ensemble du profil, ce qui indique que l’identification retrouve avec précision une onde élastique transitoire fortement non uniforme.

À l’instant ultérieur $t_2 = 1.184 \times 10^{-3}$ s (Figure 4(b)), la réponse présente des zones distinctes. Depuis l’extrémité chargée jusqu’à environ $x \approx 0.67$ m, la contrainte dépasse la limite d’élasticité (400 MPa), correspondant à une région de déformation plastique. Entre $x \approx 0.67$ m et $x \approx 3$ m, la contrainte reste presque constante au niveau de la limite d’élasticité, formant un plateau entièrement plastique. Au-delà de $x \approx 3$ m, la contrainte décroît progressivement tandis qu’une onde de décharge élastique se propage vers l’extrémité libre. Sur l’ensemble de ces régimes (plastique, plateau, élastique et non-chargé), les résultats DDI et FE sont quasi-identiques, ce qui montre que l’approche d’identification dynamique proposée permet de reconstruire avec une grande fidélité des champs de contrainte espace–temps complexes, à la

fois pour la propagation d'ondes élastique et plastique.

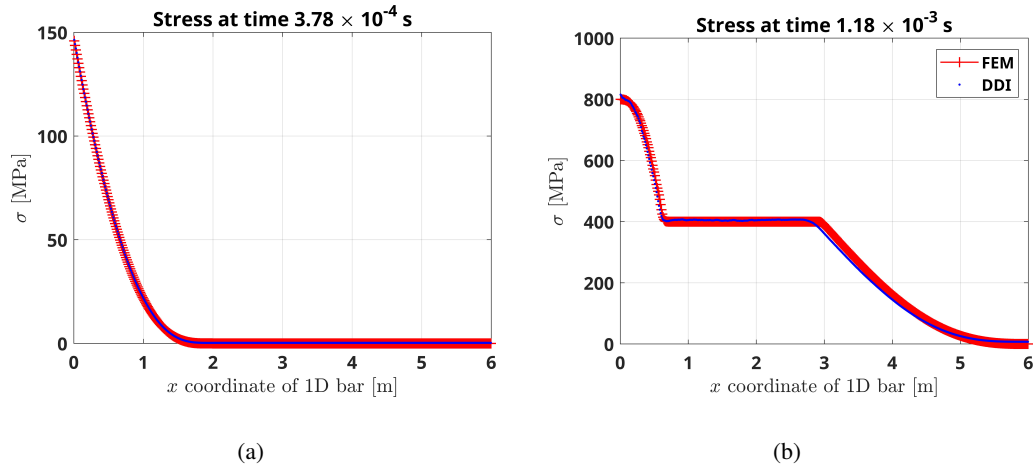


FIGURE 4 – Champ de contrainte reconstruit par DDI σ^{DDI} vs. champ estimé par FEM σ^{FEM} aux instants représentatifs : (a) $t_1 = 3.782 \times 10^{-4}$ s, et (b) $t_2 = 1.184 \times 10^{-3}$ s.

4 Conclusion

Ce travail a étendu le cadre DDI à un régime dynamique impliquant la propagation d'ondes dans une barre élastoplastique 1D. Les champs de déplacement ont été générés par des simulations FE explicites, et les accélérations nodales ont été obtenues par dérivation temporelle par différences finies de ces données cinématiques préalablement bruitées. Ces deux champs ont ensuite été utilisés comme données d'entrée de la formulation dynamique DDI, dans laquelle la contribution inertielle est introduite directement dans l'équation de bilan de quantité de mouvement. Bien que Leygue *et al.* [7] aient déjà étendu la méthode DDI au cas dynamique bidimensionnel, leur analyse reste limitée à un milieu élastique sans bruit. Nous considérons ici une barre élastoplastique 1D en ajoutant 1% de bruit au champ de déplacement afin de mimer des mesures expérimentales. Contrairement à l'approche "stress-gauge" (traction imposée à une extrémité, extrémité opposée libre) [11], l'algorithme DDI dynamique est appliqué avec une condition de Dirichlet à l'extrémité de la barre. Il permet ainsi d'identifier simultanément les courbes contrainte-déformation du matériau et l'évolution spatio-temporelle du champ de contrainte axiale sans connaissance *a priori* des conditions aux limites en effort. Les résultats numériques montrent que la loi de comportement identifiée par DDI est en excellent accord avec le modèle élastoplastique de référence utilisé dans les simulations par FE. Les contraintes reconstruites restent proches des contraintes FE, avec des erreurs d'identification limitées sur la fenêtre temporelle considérée. Bien que non détaillée ici, la formulation demeure générique et peut s'appliquer à des matériaux présentant un écrouissage non linéaire, à condition de disposer de champs cinématiques et d'accélération suffisamment précis. Ce cadre DDI dynamique peut être utilisé pour des cas 2D, comme dans la version quasi-statique, pour identifier un état de contrainte plane, ce qui fait actuellement l'objet d'investigations.

Références

- [1] T. Belytschko, W.K. Liu, B. Moran, *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, 2000.
- [2] M. Grédiac. *Principe des travaux virtuels et identification*, Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série II. Mechanics. Physics. Chemistry. Space sciences. Earth sciences, Vol 309, Num 1, pp 1-5, 1989.
- [3] Y. Guo, Q. Ruan, S. Zhu, Q. Wei, J. Lu, B. Hu, Y. Li. *Dynamic failure of titanium : Temperature rise and adiabatic shear band formation*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 135, 103811, 2020.
- [4] K.T. Kavanagh, R. W. Clough, R. W. *Finite element applications in the characterization of elastic solids*, International Journal of Solids and Structures, 7(1), 11-23, 1971.
- [5] T., Kirchdoerfer, M., Ortiz. *Data-driven computational mechanics*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 304, 81-101, 2016.

- [6] A. Leygue, M. Coret, J. Réthoré, L. Stainier, E. Verron. *Data-based derivation of material response*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 331 : 184-196., 2018.
- [7] A. Leygue, R. Seghir, J. Réthoré, M. Corret, E. Verron. *Non-parametric material state field extraction from full field measurements*, Computational Mechanics, 64(2) : 501-509, 2019.
- [8] A. Molinari, G. Ravichandran. *Constitutive modeling of high-strain-rate deformation in metals based on the evolution of an effective microstructural length*, Mechanics of materials, 37(7), 737-752, 2005.
- [9] R. Othman, R. Aloui, A. Poitou. *Identification of non-homogeneous stress fields in dynamic experiments with a non-parametric method*, Polymer Testing, 29(5) :616–623, 2010.
- [10] F. Pierron, M. A. Sutton, V. Tiwari. *Ultra high speed DIC and virtual fields method analysis of a three point bending impact test on an aluminium bar*, Experimental Mechanics, 51(4), 537-563, 2011.
- [11] F. Pierron, H. Zhu, C. Siviour. *Beyond Hopkinson's bar*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 372(2023) :20130195, 2014.
- [12] N. Ranc, L. Taravella, V. Pina, P. Hervé. *Temperature field measurement in titanium alloy during high strain rate loading—Adiabatic shear bands phenomenon*, Mechanics of Materials, 40(4-5), 255-270, 2008.
- [13] A. Vinel, R. Seghir, J. Berthe, G. Portemont, J. Réthoré. *Metrological assessment of multi-sensor camera technology for spatially-resolved ultra-high-speed imaging of transient high strain-rate deformation processes*. Strain, 57(4), e12381, 2021.
- [14] A. Vinel, R. Seghir, J. Berthe, G. Portemont, J. Réthoré. *Experimental characterization of material strain-rate dependence based on full-field Data-Driven Identification*, International Journal of Impact Engineering, 194, 105083, 2024.