

Modélisation aux éléments discrets des structures maçonnées : représentation fidèle des rigidités dans un modèle de bloc rigide et impact sur les mécanismes de rupture.

D. Guérin, F. Dubois, T. Parent, S. Morel

¹ Institut de Mécanique et d'Ingénierie (I2M), Université de Bordeaux, dylan.guerin,thomas.parent,stephane.morel@u-bordeaux.fr

² LMGC, Univ. Montpellier, CNRS, frederic.dubois@umontpellier.fr

Résumé — Cette contribution utilise une approche DEM pour la modélisation d'ouvrages en maçonnerie basée sur l'utilisation de bloc rigide et de lois d'interactions enrichies intégrant le comportement des blocs de pierre et du mortier. Une attention particulière est portée à la restitution de la flexion, en corrigeant le positionnement et la pondération des points de contact. La méthode est évaluée sur une poutre en console afin de valider le comportement en flexion. Un essai de cisaillement-compression sur un mur en maçonnerie est utilisé pour illustrer l'impact de la correction sur la réponse mécanique.

Mots clés — Maçonnerie, Méthode aux éléments Discrets, LMGC90, Fissuration

1 Introduction

1.1 Contexte

Les structures en maçonnerie constituent un élément majeur du patrimoine architectural et culturel. Leur durabilité exceptionnelle résulte de la robustesse des matériaux et du savoir-faire des bâtisseurs. Cependant, leur préservation reste complexe. En effet, ces ouvrages, construits dans des contextes très différents de ceux d'aujourd'hui, subissent divers mécanismes de dégradation [1,2] et présentent des comportements de rupture spécifiques, fortement dépendants de leur géométrie, de leur hétérogénéité et des conditions de chargement.

Pour évaluer le comportement des ouvrages en maçonnerie et concevoir des stratégies de renforcement adaptées, diverses approches numériques ont été développées [3]. Les modèles continus, basés sur la méthode des éléments finis (FEM), se prêtent bien aux analyses globales, mais reproduisent difficilement les discontinuités locales [4]. À l'inverse, la méthode des éléments discrets (DEM) modélise la maçonnerie comme un assemblage de blocs rigides, capturant naturellement les fissures et les glissements, au prix d'un coût numérique plus élevé [5]. Une approche intermédiaire, la méthode FDEM (Finite-Discrete Element Method), combine les avantages des deux cadres, mais demeure exigeante sur le plan computationnel. Des travaux antérieurs ont conduit au développement d'un modèle FDEM opérationnel reposant sur une loi d'interaction FCZM pour la représentation des interfaces de mortier et d'un modèle d'endommagement pour les blocs [6].

Dans ce contexte, la présente étude explore une modélisation purement discrète (DEM) simplifiée, réutilisant la même loi d'interaction, dans le but de réduire les coûts de calcul tout en préservant la précision mécanique. Une attention particulière est portée à la correction des rigidités flexionnelles par un positionnement et une pondération adaptés des points de contact, afin de mieux reproduire la rigidité et les mécanismes de rupture des structures maçonnées étudiées.

2 Méthodologie

Afin de valider l'approche simplifiée proposée, les travaux antérieurs menés sur une campagne expérimentale de cisaillement-compression d'un mur en maçonnerie ont été repris à titre de validation. Les premières simulations avec blocs rigides n'ayant pas reproduit le comportement attendu du fait de la mauvaise prise en compte des rigidités flexionnelles entre blocs. La méthodologie présentée ci-après ex-

pose d'abord cette problématique et la solution apportée, illustrée à l'aide d'un cas test numérique. Dans un second temps, l'étude du mur en maçonnerie est reprise afin de mettre en évidence les améliorations induites par cette correction.

2.1 Correction de la rigidité en Flexion

La correction de la rigidité en flexion dans les modélisations DEM a déjà été abordée par *José V. Lemos* [7]. Dans ce cadre, les simulations DEM reposent sur la définition de points de contact auxquels sont associées des lois d'interaction régissant le comportement mécanique des interfaces. Les lois de type *Cohesive Zone Model* (CZM) peuvent être assimilées à des ressorts, éventuellement non linéaires.

La distribution des contraintes entre les points de contact est, en réalité, entièrement déterminée par le mouvement des corps rigides. Dans le régime linéaire et pour des faces planes, cette distribution ne peut donc être décrite que par un polynôme du premier degré. En conséquence, le moment de flexion, obtenu par intégration du produit du moment statique, s'écrit :

$$\vec{M} = \iint_A \vec{r} \times (\sigma(\vec{r}) \vec{n}) dA \quad \text{avec } \sigma(\vec{r}) \text{ la contrainte normale en } \vec{r} \text{ sur la surface } A.$$

et correspond à un polynôme d'ordre au plus deux.

L'obtention du moment fléchissant dans les modélisations DEM repose sur une *intégration numérique* de la contrainte sur la surface de contact. Pour restituer correctement le moment, il est donc nécessaire d'utiliser un *schéma d'intégration* capable d'intégrer exactement un polynôme d'ordre deux.

Autrement dit, la somme pondérée des valeurs de la fonction évaluée aux points de contact doit approcher l'intégrale continue sur la surface considérée :

$$\sum_{i=1}^n w_i f(y_i, z_i) = \int_{\text{face}} f(y, z) dA$$

où w_i représentent les poids d'intégration associés aux positions (y_i, z_i) des points de contact.

Dans l'approche DEM développée dans LMGC90 [8] qui repose sur la méthode Non-Smooth Contact Dynamic proposé par Moreau et Jean [9], les points de contacts sont usuellement positionnés sur les surfaces de contacts détectées et le poids associé est constant pour chaque point et uniformément réparti entre le nombre de points de contacts. En pratique, si l'on s'intéresse aux cas des surfaces de contact rectangulaire, l'algorithme permet de placer nos points de contact sur les sommets de nos rectangles ou sur le milieu des arêtes puis de les rapprocher du centre proportionnellement à une valeur choisie. Si l'on choisit les valeurs proposé dans la figure 1 (b) et (d), on peut alors montrer que le schéma d'intégration est exacte pour les polynôme d'ordre deux.

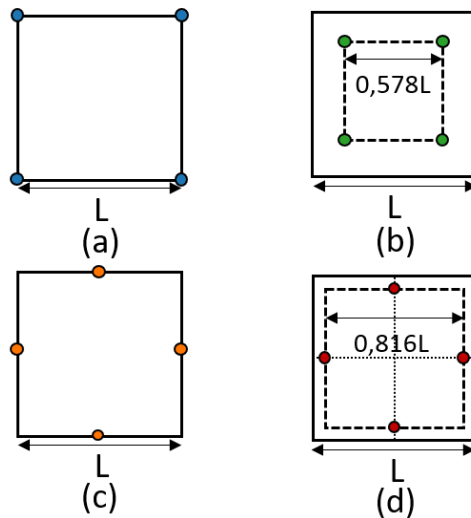


FIGURE 1 – Différentes configurations de positionnement des points de contact : (a) sommets, (b) sommets corrigé, (c) milieux d'arêtes et (d) milieux d'arêtes corrigés.

Dans le modèle développé, le comportement mécanique de l'interface bloc–mortier est décrit à l'aide d'un modèle de zone cohésive frottante étendu (Frictional Cohesive Zone Model, FCZM), couplé à des ressorts élastiques linéaires agissant dans les directions normale (compression et traction) et tangentielle (cisaillement). La formulation détaillée de cette loi est présentée dans les travaux de A. Boukham [6]. Ce modèle permet de représenter simultanément les phénomènes de cohésion, de glissement frottant, ainsi que la souplesse élastique du joint de mortier. Cependant, l'emploi de blocs rigides implique que leur déformation propre n'est pas prise en compte. On peut toutefois considérer que cette déformation est reportée sur les interfaces elles-mêmes, en assimilant chaque assemblage de deux blocs et de leur joint à une succession de trois ressorts, comme illustré sur la figure 2.

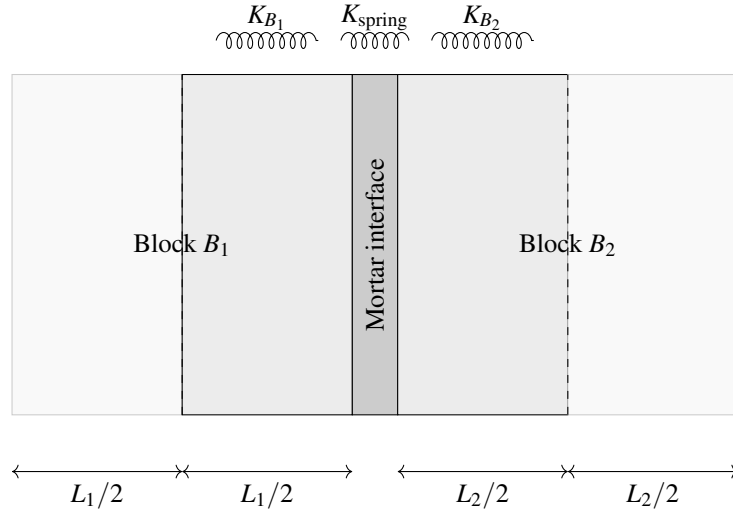


FIGURE 2 – Schéma de deux blocs de longueurs L_1 et L_2 séparés par un joint de mortier.

Les rigidités équivalentes dans les deux modes peuvent ainsi être exprimés à l'aide des équations suivantes qui dépendent alors des propriétés des matériaux des blocs :

$$\frac{1}{K_{eq}^M} = \frac{1}{K_{B_1}^M} + \frac{1}{K_{spring}^M} + \frac{1}{K_{B_2}^M}, \quad M = I, II \quad (1)$$

$$\text{Mode I (normale): } K_{B_i}^I = \frac{2E_{B_i}}{L_i}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\text{Mode II (tangentielle): } K_{B_i}^{II} = \frac{2G_{B_i}}{L_i}, \quad G_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)}, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

Pour vérifier le bon fonctionnement de cette méthode de correction des rigidités en flexion et d'intégration de la déformation de blocs dans les interfaces, un cas test numérique a été mis en place. Les quatre configurations de points de contact ont été testées et comparées sur une modélisation d'une poutre en console (voir figure 3).

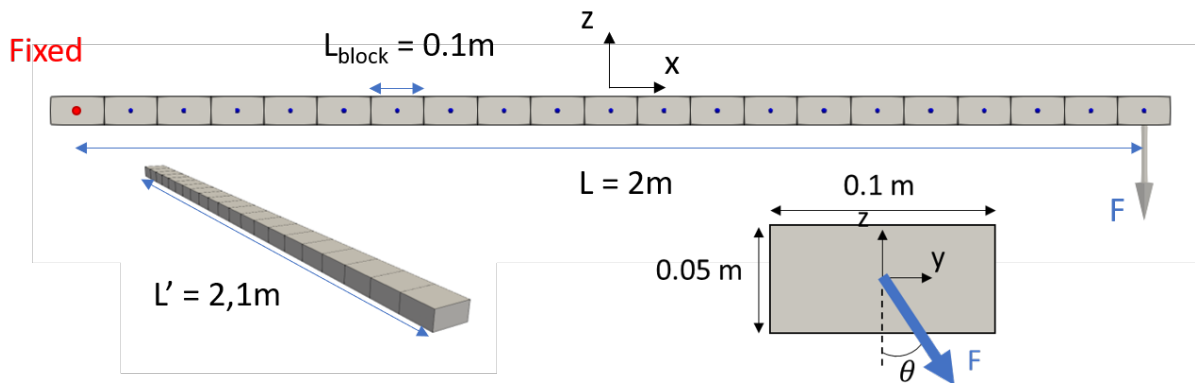


FIGURE 3 – Schéma de la poutre rigide équivalente.

La poutre est composée de 21 blocs rigides 3D présentant des interfaces de liaisons rectangulaires et reliés entre eux par des ressorts agissant dans les directions normale et tangentielle. le bloc de gauche est encastré tandis que le bloc de droite est soumis à un effort F perpendiculaire à l'axe de la poutre et présentant un angle θ variable avec l'axe z .

Les valeurs de rigidité ont été choisies de manière à reproduire le comportement d'une poutre constituée d'un matériau isotrope, élastique linéaire, caractérisé par un module d'Young $E = 15,4 \text{ GPa}$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0,24$. Dans ce cas spécifique, la rigidité du mortier considéré est donc infinie ce qui revient à considérer un joint sec (sans mortier). On a donc :

$$K_1 = 1,54 \times 10^{11} \text{ Pa/m}, \quad K_2 = 6,4 \times 10^{10} \text{ Pa/m}.$$

Le modèle DEM est comparé à une modélisation par éléments finis 3D (modèle continu) ainsi qu'à la théorie d'Euler-Bernoulli. Les flèches obtenues pour une force appliquée de 1 N sont regroupées dans la figure 4.

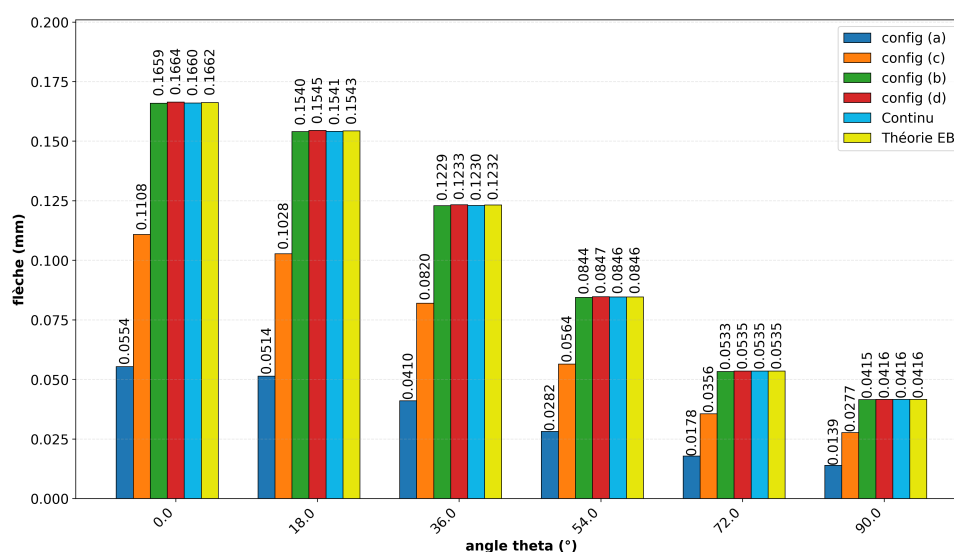


FIGURE 4 – Valeurs de la flèche (en mm) pour chaque configuration, comparées au modèle continu et à la théorie d'Euler-Bernoulli.

Les résultats montrent que les corrections apportées permettent de reproduire fidèlement le comportement attendu de la poutre. On observe notamment que la configuration (a) conduit à une flèche égale à un tiers de la valeur de référence, ce qui correspond à une rigidité en flexion trois fois trop élevée, tandis que la configuration (c) surestime la rigidité d'un facteur 1.5.

2.2 Étude de cas : Mur en maçonnerie

Afin de valider la pertinence de cette approche de modélisation dans un contexte réaliste, les travaux précédemment menés sur la modélisation FDEM ont été repris afin de servir de référence pour la comparaison avec la présente approche simplifiée. Le cas d'étude porte sur un mur en maçonnerie soumis à un chargement en cisaillement, sous une contrainte de confinement verticale constante (figure 5). L'assemblage est composé de 11 lits composés de 6 blocs. Les dimensions géométriques du mur ainsi que les conditions aux limites sont directement issues de la campagne expérimentale réalisée par V. Venzal [10] et reprise par A. Boukham [6]. Ainsi, le mur est encadré par deux blocs rigides : celui situé en partie inférieure est entièrement encastré, tandis que celui en partie supérieure est soumis à un déplacement horizontal imposé, auquel s'ajoute une charge verticale de confinement appliquée de manière constante. La rotation de ce profilé rigide reste néanmoins libre. Trois configurations d'essai sont étudiées, chacune caractérisée par un niveau de confinement différent, obtenu en appliquant une charge verticale correspondant respectivement à 0,3, 0,4 et 0,5 MPa.

Dans cette modélisation, les propriétés matériaux sont reprises des résultats de calage numérique de la modélisation FDEM [6].

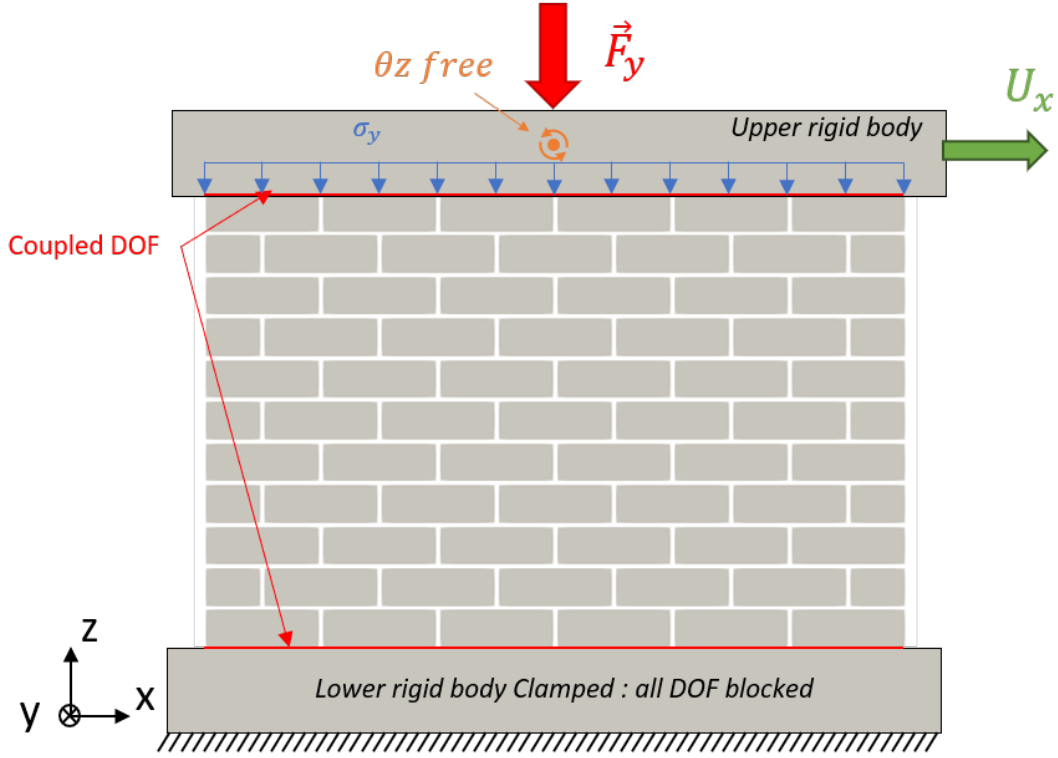


FIGURE 5 – Schéma du mur

TABLE 1 – Paramètres matériaux initiaux

Catégorie	Paramètre	Valeur	Catégorie	Paramètre	Valeur
FCZM mode I	σ_I^e (MPa)	0.05	Friction	μ	0.81
	K_I^{coh} (Pa/m)	1.21×10^{11}		p	11
	$G_{f,I}$ (J/m ²)	3	Ressort linéaire	K_I^{spring} (Pa/m)	4.3×10^{11}
FCZM mode II	σ_{II}^e (MPa)	0.27		K_{II}^{spring} (Pa/m)	1.8×10^{11}
	K_{II}^{coh} (Pa/m)	2.8×10^{11}	Bloc	E (GPa)	11.1
	$G_{f,II}$ (J/m ²)	206		ν	0.24

A partir de ces données de matériaux issus de [10] et [11], le calage numérique avait amené à considérer deux pré-endommagements qui ont été attribués à des effets de structure. Le premier pré-endommagement $d_{spring} = 0.968$ est appliqué aux ressorts élastiques linéaire de la loi K_I^{spring} et K_{II}^{spring} . Dans notre modèle de mur les valeurs des ressorts linéaires prenant en compte la déformation des blocs sont différentes selon la direction considérée de l'interface. On a donc dans la direction x (interfaces verticales), $K_x^I = 8.4 \times 10^9$ (Pa/m) et $K_x^{II} = 4.2 \times 10^9$ (Pa/m) et dans la direction z (interfaces horizontales), $K_z^I = 8.5 \times 10^9$ (Pa/m) et $K_z^{II} = 5.1 \times 10^9$ (Pa/m). Le deuxième pré-endommagement concerne la variable interne de la loi cohésive d_{coh} , modélisant l'endommagement de l'interface. Sa valeur initiale est fixée à 0.99944 en accord avec le calage effectué, ce qui correspond à une réduction de la contrainte au pic en mode II de 60%.

3 Résultats

La partie suivante a pour but d'étudier la représentativité de l'approche en bloc rigide en comparant les résultats de nos simulations DEM avec celles du modèle FDEM correspondant à notre référence qui a pu être validée antérieurement et expérimentalement [6,10].

Ici l'effort horizontale appliqué sur le profilé supérieur est tracé en fonction de son déplacement horizontal 6. Les rigidités sont globalement respectées dans notre modèle DEM à défaut d'une légère sous-estimation de celles-ci. Cette différence a pu être attribuée au comportement et déformations plus

complexe des blocs déformables dans la structure. En outre, on constate que les différentes configurations ont des comportements quasi identiques dans la phase linéaire puis on observe une divergence entre les configurations corrigées et non corrigées. Les configurations corrigées permettent visiblement de capturer un phénomène de fissuration caractérisé par une chute de force horizontale à environ 6 mm de déplacement horizontal qui apparaît bien dans la simulation FDEM.

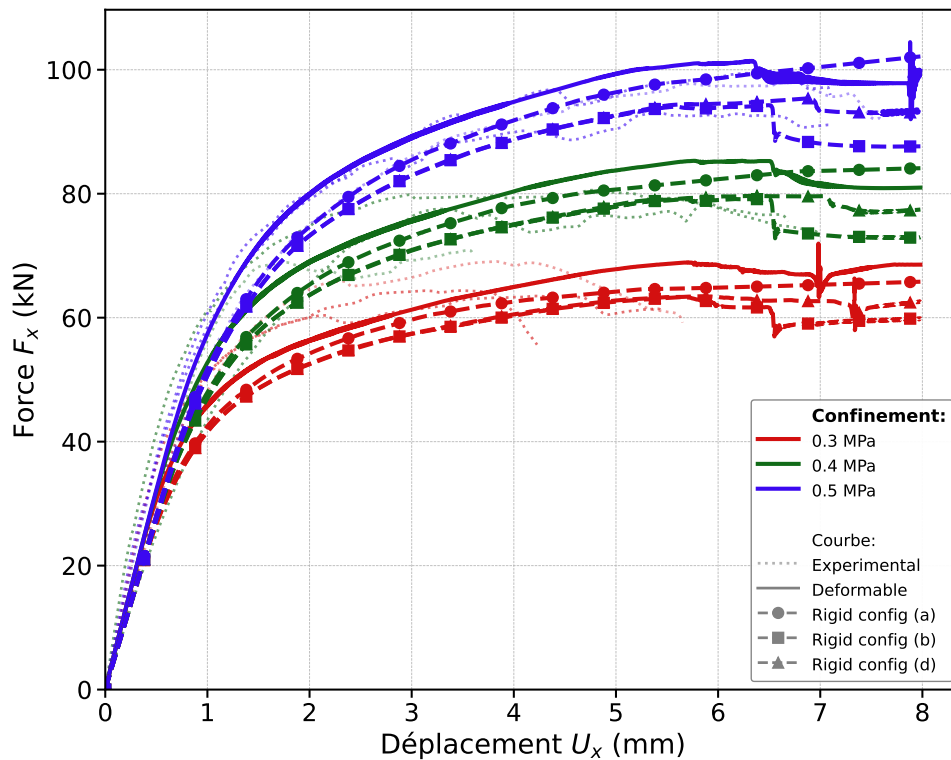


FIGURE 6 – Tracé des Forces - Déplacements au niveau du bloc rigide haut pour différentes configurations et niveau de confinement

Afin d'analyser les différences de mécanismes de rupture entre les configurations étudiées et le cas de référence, nous représentons la variable d'endommagement aux points de contact dans les figures 7 et 8, pour un confinement de 0.5 MPa. Il apparaît que les écarts observés entre les configurations corrigées et non corrigées proviennent de mécanismes de rupture distincts. Par ailleurs, bien que les fissurations obtenues avec les configurations corrigées soient globalement similaires, de légères variations subsistent. Celles-ci s'expliquent par le caractère non linéaire de la loi d'interaction utilisée.

Plus précisément, la loi présente des rigidités différentes en traction et en compression. Cette discontinuité modifie localement l'estimation du moment de flexion, la contrainte n'étant alors plus décrite par un polynôme du premier ordre. Cette différence de rigidité est alors de plus en plus marquée que l'endommagement de l'interface progresse. Cette altération, suffit à induire des chemins de fissuration différents pour les deux configurations corrigées.

Finalement, les résultats de la modélisation simplifiée DEM sont comparables à la modélisation FDEM en terme de fissuration et de rigidité. L'avantage de l'utilisation de la DEM se trouve alors dans la rapidité des simulations. En effet, les simulations ont été effectuées sur un processeur (13th Gen Intel(R) Core(TM) i9-13950HX) et ont une durée moyenne de 30 minutes pour la modélisation DEM contre une moyenne de 14 heures pour la modélisation FDEM.

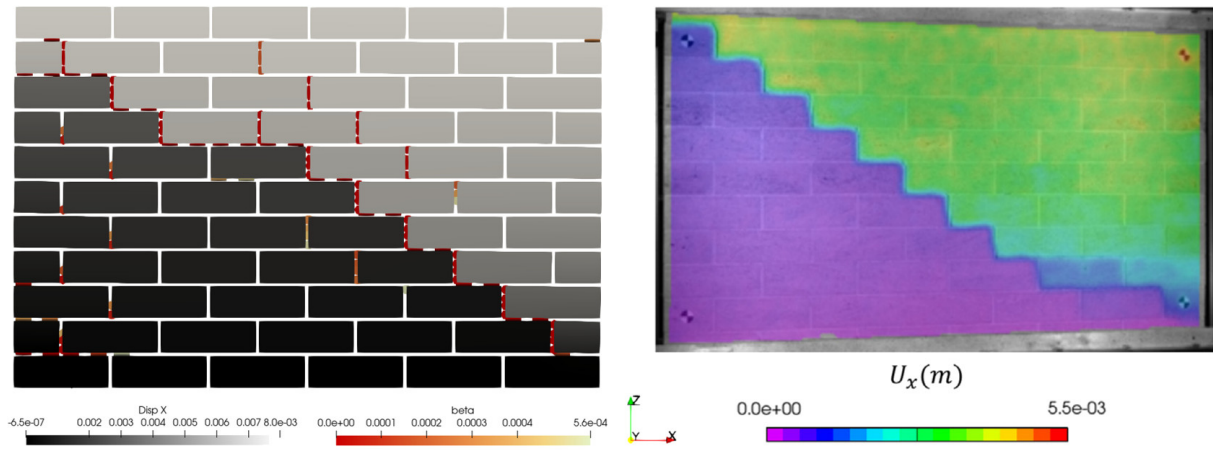


FIGURE 7 – Cas de référence comparé aux mesures par corrélations d'images expérimentales

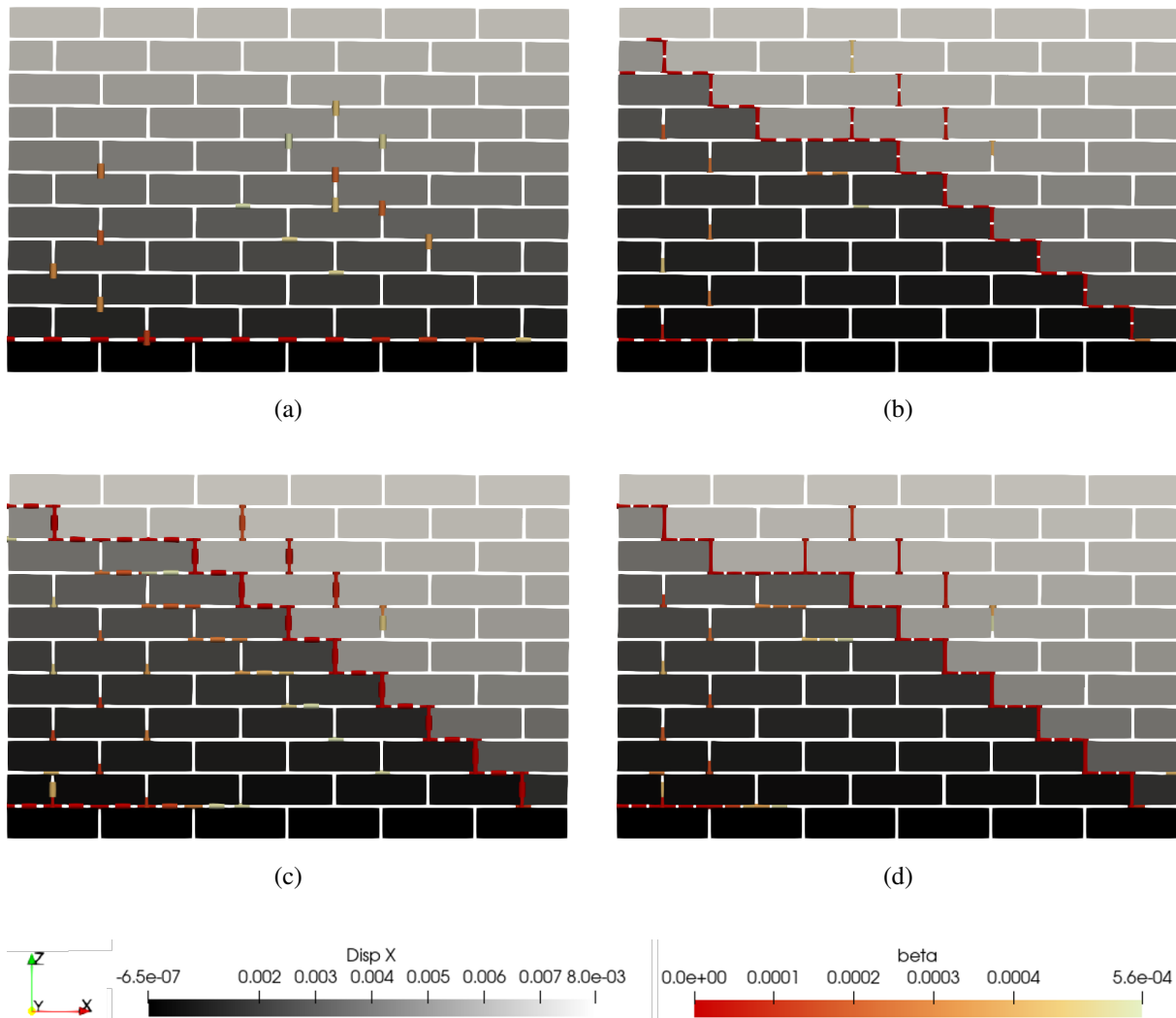


FIGURE 8 – Fissuration des murs du modèle DEM pour chaque configuration des points de contact pour un confinement de 0.5 MPa

4 Conclusion et perspective

Cette étude a permis de valider une approche DEM simplifiée utilisant des blocs rigides et l'intégration de leur comportement dans les lois d'interactions. Une correction des schémas numériques utilisés pour le calcul des moments de flexion des blocs a été apporté afin de restituer la rigidité en flexion et les mécanismes de rupture complexes d'un mur en maçonnerie avec une précision comparable au modèle FDEM de référence, tout en réduisant le temps de calcul d'un facteur 28.

Ces performances ouvrent la voie à une stratégie de modélisation par "macro-blocs". Cette perspective vise à modéliser la structure à l'aide de blocs de dimensions supérieures, en adaptant les rigidités des interfaces via une méthode d'homogénéisation. Cette approche permettrait de conserver la réponse structurelle globale (rigidité et fissuration) tout en minimisant le coût numérique pour l'analyse d'ouvrages monumentaux.

Références

- [1] Pizarro, A. ; Manfreda, S. ; Tubaldi, E. The Science behind Scour at Bridge Foundations : A Review. *Water* , 12, 374, 2020.
- [2] Balksten, K. ; Strandberg-de Bruijn, P. Understanding Deterioration due to Salt and Ice Crystallization in Scandinavian Massive Brick Masonry. *Heritage*, 4, 349-370, 2021.
- [3] Antonio Maria D'Altri, *Modeling Strategies for the Computational Analysis of Unreinforced Masonry Structures : Review and Classification*, Archives of Computational Methods in Engineering, Springer, vol 27, p1153–1185, 2020.
- [4] Pegon P., Anthoine A. Numerical Strategies for Solving Continuum Damage Problems Involving Softening : Application to the Homogenization of Masonry, *Computers & Structures*, 64, 1–4, pp. 143–157, 1994
- [5] Francesco Clementi, Angela Ferrante, Ersilia Giordano, Frédéric Dubois, Stefano Lenci. Damage assessment of ancient masonry churches stroked by the Central Italy earthquakes of 2016 by the non-smooth contact dynamics method. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2019,
- [6] Ali Boukham et al, *3D hybrid modeling approach combining the finite and discrete element methods : Validation based on masonry shear wall tests*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, vol 289, 2024
- [7] Lemos José V. *Contact representation in rigid block models of masonry*, Int. J. Masonry Research and Innovation, Inderscience Publishers, Vol. 2, No. 4, pp.321–334, 2017.
- [8] Frédéric Dubois ; Vincent Acary ; Michel Jean. The Contact Dynamics method : A nonsmooth story. *Comptes Rendus. Mécanique*, The legacy of Jean-Jacques Moreau in mechanics / L'héritage de Jean-Jacques Moreau en mécanique, Volume 346 (2018) no. 3, pp. 247-262. doi : 10.1016/j.crme.2017.12.009
- [9] Jean M. The non-smooth contact dynamics method, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 177, 235–257, 1999.
- [10] Vincent Venzal. Modélisation discrète du comportement mécanique des ouvrages maçonnés en pierre. Aspects expérimentaux - Analyse énergétique. *Mécanique [physics]*. Université de Bordeaux, 2020. Français.
- [11] Bisoffi-Sauve, M., Morel, S., Dubois, F., Modelling mixed mode fracture of mortar joints in masonry buildings. *Eng. Struct.* 182, 316–330, 2019.