

# Influence des précharges sur les instabilités induites par frottement d'un modèle multicorps de frein aéronautique

L. Dujardin<sup>1,2</sup>, J.-J. Sinou<sup>1</sup>, S. Besset<sup>1</sup>, L. Jézéquel<sup>1</sup>, A. Hamdi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes

UMR 5513, Ecole Centrale Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully cedex

lucas.dujardin@ec-lyon.fr; jean-jacques.sinou@ec-lyon.fr; sebastien.besset@ec-lyon.fr; louis.jezequel@ec-lyon.fr

<sup>2</sup> Safran Landing Systems

Inovel Parc Sud, 7 Rue Général Valérie André, 78140 Vélizy-Villacoublay

abdelbasset.hamdi@safrangroup.com

**Résumé** — Le frein aéronautique peut être sujet à des instabilités vibratoires induites par le frottement entre les disques. Ces instabilités qui sont de nature complexe, peuvent impacter l'intégrité mécanique de l'atterrisseur, ce qui justifie leur étude en avant projet, lors de la conception du système. Un modèle multicorps a été conçu pour réaliser des analyses de stabilité et des simulations temporelles, dans l'objectif de détecter les instabilités et d'estimer les niveaux vibratoires engendrés par les vibrations auto-entretenues. Ce modèle comporte plusieurs non linéarités et est obtenu à partir d'une réduction de Craig & Bampton d'un modèle éléments finis de départ.

**Mots clés** — instabilité vibratoire, réduction de modèle, simulation multicorps, précharges.

## 1 Introduction

Les freins aéronautiques peuvent être sujets à une ou plusieurs instabilités vibratoires au cours du freinage. Ces instabilités sont des phénomènes indésirables de nature complexe que l'équipementier souhaite atténuer. Elles peuvent générer des niveaux vibratoires importants qui peuvent perturber la tenue mécanique du système de freinage. De nombreuses études ont été menées afin de comprendre l'origine de ces instabilités, et de proposer des solutions afin de les atténuer.

Plusieurs modèles minimaux peuvent être trouvés dans la littérature et permettent d'étudier les mécanismes d'apparition des instabilités vibratoires par frottement avec un faible nombre de degrés de liberté : deux degrés de liberté suffisent pour expliquer le phénomène de couplage de modes par frottement [1]. Des modèles plus complexes mais toujours avec une description analytique et un faible nombre de degrés de liberté peuvent refléter le comportement d'un système industriel et permettre d'améliorer sa compréhension [2]. La simulation des instabilités vibratoires induites par frottement peut aussi être faite à partir de modèles éléments finis industriels qui sont plus proches du système réel, grâce à une description fine de la géométrie du système. Néanmoins, le nombre de degrés de liberté de ces modèles est tel que leur taille constitue un défi pour approfondir les études, notamment pour faire des simulations temporelles. C'est pour cela que les méthodes de réduction de modèle ou CMS (Component Mode Synthesis) sont intéressantes car elles permettent de réduire le nombre de degrés de liberté du système de plusieurs ordre de grandeur tout en conservant une précision suffisante pour reproduire les instabilités étudiées. Il est possible de coupler ces méthodes de réduction avec des solutions logicielles multicorps existantes, ce qui est fait dans cette étude. L'assemblage des superéléments est alors facilité et il devient possible de prendre en compte les grands déplacements et les grandes rotations en vue de faire des simulations temporelles poussées avec par exemple la mise en rotation de la roue. Une première réduction de modèle est effectuée sous le logiciel éléments finis et il s'agit en général des méthodes de Craig & Bampton ou de Craig-McNeal qui sont utilisées pour générer des superéléments afin d'assembler par la suite un modèle multicorps. Le logiciel multicorps effectue ensuite une seconde réduction qui cette fois-ci est la réduction importante, la première étant en général utilisée uniquement pour récupérer des matrices de masse et de raideur d'entrée pas trop lourdes. Cette deuxième réduction est faite en calculant les bases modales de chaque superélément, puis en proposant à l'utilisateur de les tronquer. Des modes peuvent ensuite être ajoutés afin de compenser l'erreur liée à cette troncature [3].

Concernant la caractérisation des instabilités induites par frottement, il existe deux approches complémentaires. La première est l'analyse de stabilité ou Complex Eigenvalue Analysis (CEA) qui consiste à linéariser le système autour d'un point d'équilibre glissant, afin d'obtenir un problème aux valeurs propres duquel on peut extraire les modes propres du système et leur stabilité associée [4]. Cette méthode génère des temps de calculs faibles, ce qui en fait une méthode privilégiée pour l'optimisation de la structure du frein vis-à-vis des vibrations. En revanche, la CEA est une méthode locale qui décrit uniquement le déclenchement d'une instabilité autour d'un point d'équilibre légèrement perturbé. Elle apporte une vision linéaire autour d'un point de fonctionnement du système. C'est la raison pour laquelle il a été constaté que cette méthode ne traduit parfois pas le comportement observé en essai, avec des modes instables qui peuvent être prédits comme étant stables par la CEA. La seconde méthode consiste à effectuer des simulations temporelles non-linéaires. Cette méthode permet d'obtenir des données temporelles pouvant être directement comparées aux essais, cependant elle s'accompagne de temps de calcul élevés. En effet, il faut résoudre un système non-linéaire à chaque pas de temps, avec des pas de temps pouvant être très petits. Ces deux approches peuvent donner des résultats différents, cela même sur des systèmes analytiques à faible nombre de degrés de liberté [5]. Il est donc intéressant d'utiliser ces deux outils à bon escient pour pallier aux défauts de chaque méthode prise séparément, notamment dans le cas d'un système non-linéaire [6]. Cette étude consiste à obtenir des équilibre statiques sous précharge avec un logiciel multicorps afin de se rapprocher du point de fonctionnement du système auquel se déclenche l'instabilité en temporel. Les études de stabilité sont ainsi conduite autour de ces points d'équilibre issus de calculs d'équilibre non linéaires et visent à montrer l'influence des précharges sur la stabilité du système.

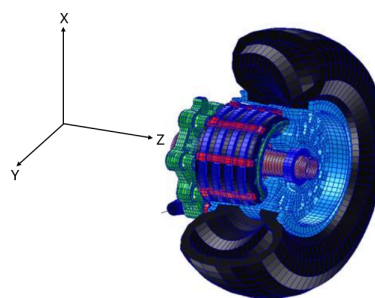
Le présent travail propose de modéliser un frein aéronautique pour étudier des problématiques d'instabilité vibratoires par frottement. Pour cela, la mise en place d'un modèle multicorps avec uniquement des corps flexibles est présentée. Des non-linéarités de contact sont introduites de manière analytique dans le modèle multicorps. Enfin, on montre qu'il est possible sous le logiciel multicorps d'obtenir les positions d'équilibre et d'effectuer des analyses de stabilité prenant en considération la pression, en vue de prendre en compte dans le futur toutes les précharges et ainsi d'améliorer la capacité de prédiction de l'analyse de stabilité sous le logiciel multicorps.

## 2 Présentation du système étudié et des outils utilisés

### 2.1 Frein aéronautique



(a) Frein monté sur avion



(b) Modèle éléments finis du frein

FIGURE 1 – Frein aéronautique

Le frein aéronautique présenté en Figure 1 est un système constitué d'un empilement de disques avec une alternance entre les parties fixes (stators) et les parties tournantes (rotors), qui sous l'effet d'un effort de presse, permet de convertir l'énergie cinétique de l'avion lors de l'atterrissage en énergie thermique sous l'effet du frottement. Les rotors possèdent des crans qui entrent en contact avec les barrettes fixées à la roue lors du freinage. Nous appellerons ces interfaces de contact "crans-barrettes". Les stators possèdent aussi des crans qui rentrent en contact avec les tenons du tube de couple lors du freinage. Nous appellerons ces interfaces de contact "crans-tenons". Les instabilités apparaissent du fait du contact frottant entre les rotors et les stators lors du freinage. Une des instabilités critiques pour l'avionneur est l'instabilité de

whirl qui se caractérise par des vibrations auto-entretenues avec un tournoiement de l'ensemble du puits de chaleur (c'est-à-dire de l'empilement des rotors et stators). La déformée liée à cette instabilité est illustrée en Figure 2 (évolution de la déformée à lire de gauche à droite et du haut vers le bas).

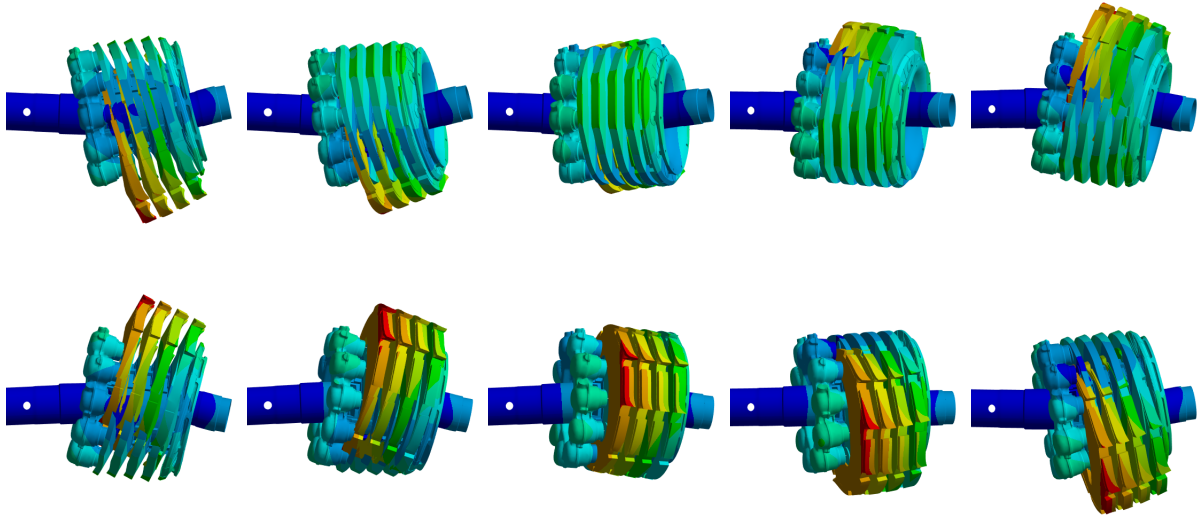


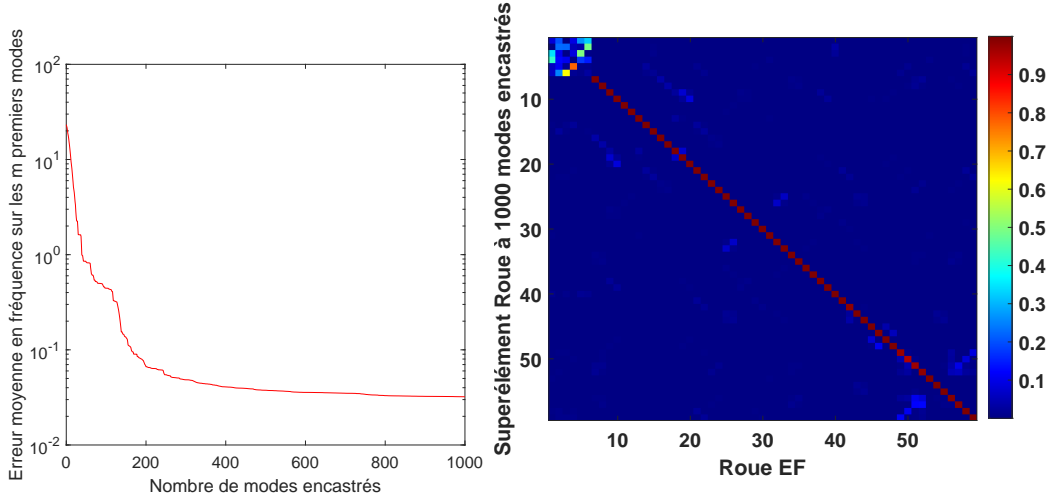
FIGURE 2 – Mode de whirl, vue de profil

## 2.2 Réduction de modèle

Un modèle éléments finis du système de frein comportant plusieurs millions de degrés de liberté a été créé et est présenté en Figure 1(b). Etant donné que les calculs de simulation temporelle envisagés sont coûteux sur un système avec autant de degré de liberté et comportant de nombreuses non-linéarités, le processus de réduction de modèle revêt une importance majeure. La présente étude propose l'utilisation d'un logiciel multicorps. Ce type de logiciel permet d'utiliser des superéléments obtenus par la méthode de Craig & Bampton [7]. Il n'y a pas de limitation sur le nombre de modes encastrés si ce n'est qu'au niveau de la taille du fichier de réduction ou au niveau du temps de génération du superélément sous le logiciel éléments finis [8]. En effet, les logiciels multicorps ne prennent pas en entrée les matrices de masse et de raideur complètes des sous-structures, pour des raisons de taille de fichier. Par exemple, pour le superélément roue présenté en Figure 3, on peut sélectionner 1000 modes encastrés sans que cela n'augmente les temps de calcul. Les matrices réduites restent de taille raisonnable et le seul fichier de matrice pour lequel on augmente significativement le poids est celui qui contient la matrice de passage  $\mathbf{T}_{C-B}$  qui permet de projeter les degrés de liberté maîtres sur tous les degrés de liberté de la sous-structure.

On observe en Figure 3(a) que l'erreur moyenne en fréquence sur les  $m$  premiers modes, sur une plage de fréquence de 0 à 2000 Hz, est inférieure à 0.1 % pour 1000 modes encastrés. De plus, on observe en Figure 3(b) que toutes les déformées de la sous-structure éléments finis sont parfaitement retrouvées avec le superélément sur cette même plage de fréquence, ce qui démontre la validation de la modélisation par superélément. On rappelle que le critère MAC (Modal Assurance Criterion) est un critère statistique qui indique le niveau de corrélation entre deux déformées modales. Une valeur de MAC proche de 0 indique que les déformées ne sont pas du tout corrélées et une valeur proche de 1 indique que les déformées sont très bien corrélées [9].

Le logiciel multicorps calcule ensuite, pour chaque superélément, des modes propres à partir des modes de Craig & Bampton. Ces modes sont calculés avec pour condition aux limites une liaison qui relie le superélément au reste du modèle et des modes d'interfaces qui visent à compenser l'erreur due à la troncature faite sur la base des modes propres. C'est la troncature de ces bases de modes propres par l'utilisateur qui réduit considérablement le nombre de degrés de liberté du modèle.



(a) Erreur moyenne en fréquence

(b) MAC entre le modèle éléments finis et le superélément roue

FIGURE 3 – Exemple de validation d'un superélément généré sur le logiciel éléments finis

### 2.3 Modélisation des contacts

La génération de l'instabilité provient du contact frottant entre les parties fixes (stators) et tournantes (rotors) du système de frein, qui génère des termes de couplage extradiagonaux dans la matrice de raideur. La modélisation associée à ce contact frottant est donc essentielle pour permettre une description appropriée du problème. Les contacts crans-barrettes et crans-tenons jouent aussi un rôle très important car ils font varier la déformée et la fréquence du mode instable en rigidifiant plus ou moins le système aux interfaces entre les disques et le reste de la structure. Nous décrivons ici l'introduction du contact rotor-stator. Le contact rotor-stator est un contact discret. Par exemple, l'effort normal est calculé en considérant  $N$  ressorts répartis de façon homogène sur la surface d'un disque :

$$F_z = \sum_{i=1}^N \delta_i k_{NL} (d(r_i, \theta_i)) + cv(r_i, \theta_i) \quad \text{avec} \quad \forall i \in [1, N], \delta_i = \begin{cases} 1 & \text{si } d(r_i, \theta_i) < 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1)$$

où  $d(r_i, \theta_i) = d_z + r_i \sin \theta_i \alpha_x - r_i \cos \theta_i \alpha_y$  est la distance entre le point  $(r_i, \theta_i)$  et son projeté sur le disque d'en face.  $v(r_i, \theta_i) = v_z + r_i \sin \theta_i \dot{\alpha}_x - r_i \cos \theta_i \dot{\alpha}_y$  est la vitesse entre ces deux points. Si cette distance est négative, le ressort est actif, sinon il est inactif. Le même calcul est effectué pour les efforts tangentiels et les moments.

### 2.4 Analyse de stabilité

L'analyse de stabilité ou CEA (Complex Eigenvalues Analysis) consiste à évaluer la stabilité du système autour d'un point d'équilibre  $\mathbf{x}_{eq}$ . Dans le formalisme multicorps, cette analyse est conduite sur la matrice d'état  $\mathbf{A}$  qui décrit le comportement modal équivalent du système non linéaire.

Pour obtenir la matrice  $\mathbf{A}$ , on part du système non linéaire d'équations différentielles algébriques associé au système mécanique :

$$\dot{\mathbf{x}} = f_{NL}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

On effectue ensuite un développement limité autour d'une position d'équilibre  $\mathbf{x}_{eq}$  pour linéariser le système :

$$\dot{\mathbf{x}} \approx f_{NL}(\mathbf{x}_{eq}) + \mathbf{J}_{f_{NL}}(\mathbf{x}_{eq})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{eq}) \quad (3)$$

où  $\mathbf{J}_{f_{NL}}(\mathbf{x}_{eq})$  est la jacobienne du vecteur non linéaire  $f_{NL}$ , évaluée au point d'équilibre  $\mathbf{x}_{eq}$ . Cette jacobienne donne la matrice  $\mathbf{A}$  et est calculée numériquement de la manière suivante :

$$\mathbf{A}_{i,j} = \mathbf{J}_{f_{NL}}(\mathbf{x}_{eq})_{i,j} = \left. \frac{\partial f_{NL_j}}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{eq}} \approx \frac{f_{NL_j}(\mathbf{x}_{eq_i} + \frac{1}{2}\Delta x_i) - f_{NL_j}(\mathbf{x}_{eq_i} - \frac{1}{2}\Delta x_i)}{\Delta x_i} \quad (4)$$

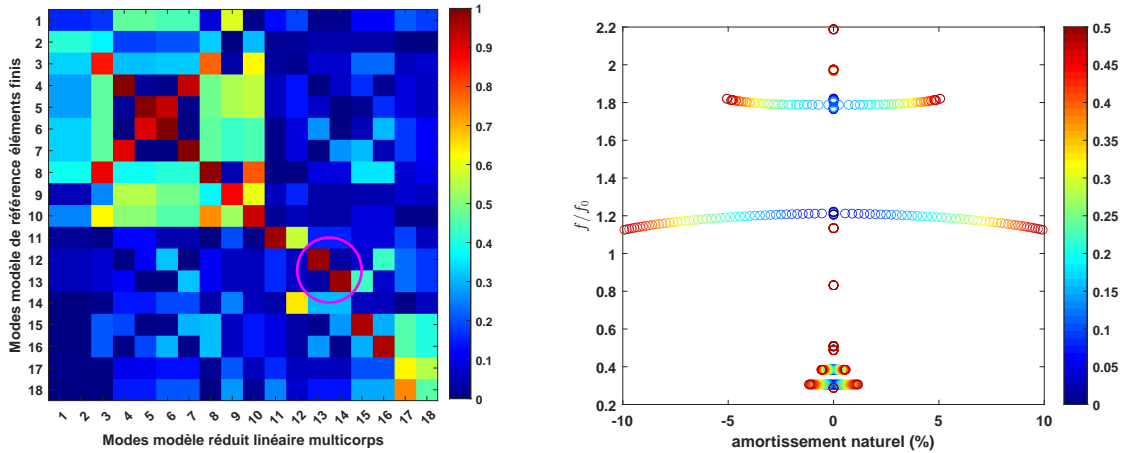
$\Delta x_i = f(\mathbf{x}_{eq_i})$  est un pas pour le calcul de la jacobienne qui est fonction de  $\mathbf{x}_{eq_i}$ . Le problème aux valeurs propres s'exprime alors de la façon suivante :

$$\mathbf{A}\mathbf{e}_i = \lambda_i\mathbf{e}_i \quad (5)$$

où  $\mathbf{e}_i$  sont les vecteurs propres,  $\lambda_i = \pm r_i + j\omega_i$  et  $\bar{\lambda}_i = \pm r_i - j\omega_i$  les valeurs propres conjuguées. Le système est instable si au moins une valeur propre a une partie réelle  $r_i$  positive. La partie imaginaire correspondante indique la pulsation du mode instable associée. Il faut noter que pour extraire les déformées modales à partir des vecteurs propres issus du formalisme multicorps, il est nécessaire d'utiliser la matrice d'observation  $\mathbf{C}$  qui permet de faire le lien entre le vecteur des positions relatives utilisé par le formalisme multicorps et les déformées modales :

$$\phi_i = \mathbf{C}\mathbf{e}_i \quad (6)$$

Cette équation nous permet ainsi d'extraire des déformées modales comparables aux déformées modales issues du modèle éléments finis, à partir des vecteurs propres issus du formalisme multicorps.



(a) MAC pour la validation du modèle multicorps (les modes de Whirl sont entourés en magenta) (b) Diagramme de stabilité pour  $\mu \in [0, 0.5]$

FIGURE 4 – Exemples d'utilisation de l'analyse de stabilité

Le MAC peut être utilisé pour valider le modèle condensé assemblé sous le logiciel multicorps vis-à-vis du modèle éléments finis de départ comme le montre la Figure 4(a). Le mode pour lequel on cherche une bonne corrélation est surtout le mode de whirl qui est entouré en magenta dans la Figure 4(a). Il est aussi possible avec le modèle multicorps d'obtenir le diagramme de stabilité présenté en Figure 4(b), qui consiste à tracer les fréquences et les parties réelles pour différentes valeurs de coefficient de frottement  $\mu$ . Comme illustré sur la Figure 4(b), lorsque le coefficient de frottement est faible (points en bleu), le système est stable. Lorsque le coefficient de frottement augmente, il y a apparition de plusieurs instabilités avec une augmentation des parties réelles positives. Parmi les quatre instabilités, l'instabilité qui amène à la partie réelle la plus grande correspond au mode de whirl (identifié par une valeur  $f/f_0$  proche de 1.2 avec  $f_0$  qui définit une normalisation par rapport à un mode spécifique du modèle de frein sans frottement).

### 3 Analyses de stabilité avec précharges

Dans cette partie, on propose d'introduire les précharges et de cerner leurs effets sur la stabilité du système de frein. La position d'équilibre est recherchée avec un algorithme de type Newton implémenté dans le logiciel multicorps. Les contacts crans-barrettes et crans-tenons sont modélisés par une loi de Signorini-Coulomb qui pour un chargement monotone, ce qui est le cas pour le système étudié, autorise de remplacer la vitesse relative de glissement par le déplacement relatif entre les deux marqueurs situés à l'interface de contact.

### 3.1 Effet des précharges sur les positions d'équilibre des disques

On introduit la charge avion et la pression entre le fond de la couronne hydraulique et le premier stator afin de cerner l'effet de la pression sur la position d'équilibre des disques. La variation d'un paramètre (pression ou charge avion) est considérée en gardant l'autre paramètre constant, égal à une valeur nominale. Le repère global est défini tel que  $x$  est l'axe d'application de la charge avion et  $z$  est l'axe d'application de la pression. Ce repère global est présenté en Figure 1(b).

Les Figures 5 et 6 présentent les distances entre les marqueurs au centre des disques de part et d'autre de chaque interface de contact, obtenues pour différents cas de précharge. Il est important de noter que le formalisme multicorps utilise des distances et non des déplacements. Il y a en tout 8 interfaces de contact stator-rotor dans le programme étudié. La pression a peu d'impact sur la distance  $d_x$ , qui varie essentiellement avec la charge avion comme le montrent les Figures 5(a) et 6(a). Avec la charge avion, les stators se déplacent vers le bas dans le sens des  $x$  décroissants et les rotors remontent dans le sens des  $x$  croissants. Les Figures 5(c) et 6(c) montrent que la pression, en comprimant les disques, entraîne une augmentation de la distance  $d_z$  entre les interfaces. La compression est plus importante sur les premières interfaces et est moindre sur les dernières interfaces. La distance angulaire  $\alpha_x$  varie en augmentant la pression et la distance angulaire autour de  $\alpha_y$  varie quant à elle essentiellement avec la charge avion d'après les Figures 5(d), 5(e), 6(d) et 6(e). La distance  $d_y$  varie sensiblement pareil avec la charge avion et avec la pression comme le montrent les Figures 5(b) et 6(b).

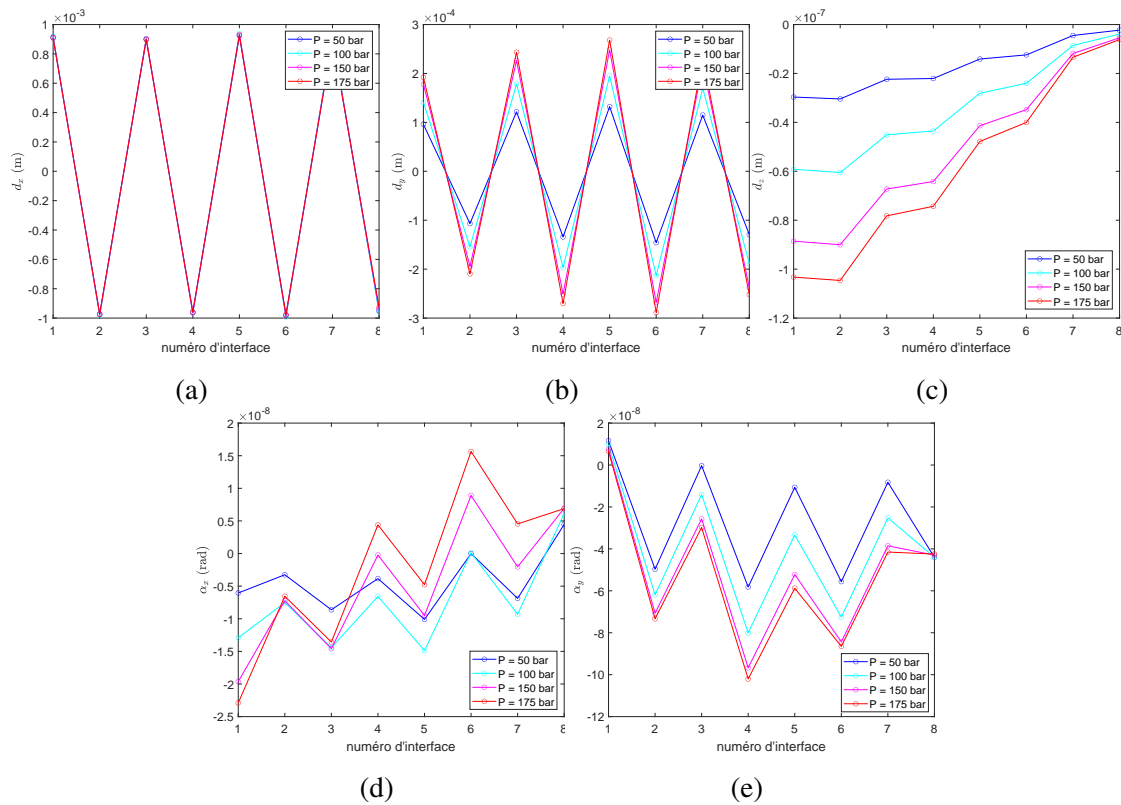


FIGURE 5 – Distances à l'équilibre pour  $P = \{50, 100, 150, 175\}$  bar avec  $F_{avion} = 220000$  N

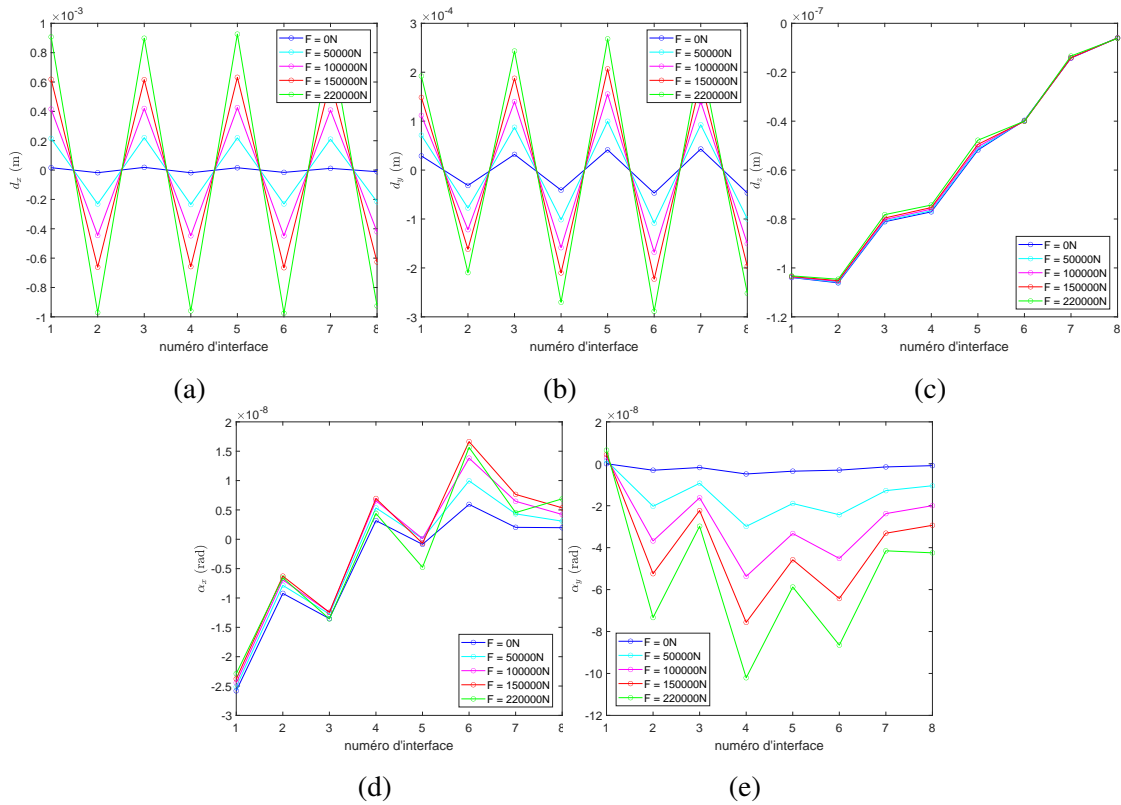


FIGURE 6 – Distances à l'équilibre pour  $F_{avion} = \{50000, 100000, 150000, 220000\}$  N avec  $P = 175$  bar

### 3.2 Effet de la pression sur la stabilité

La stabilité du système de frein est étudiée ici autour d'un point d'équilibre engendré par l'application uniquement de la pression qui est modélisée par un effort de presse. En faisant varier le coefficient de frottement  $\mu$ , on recherche la bifurcation de Hopf qui correspond au déclenchement de l'instabilité. Avant le point de bifurcation de Hopf, l'ensemble des valeurs sont imaginaires pures, ce qui signifie que le système est stable. Après le point de bifurcation de Hopf, au moins une des valeurs propres a une partie réelle positive, ce qui indique la présence d'une instabilité.

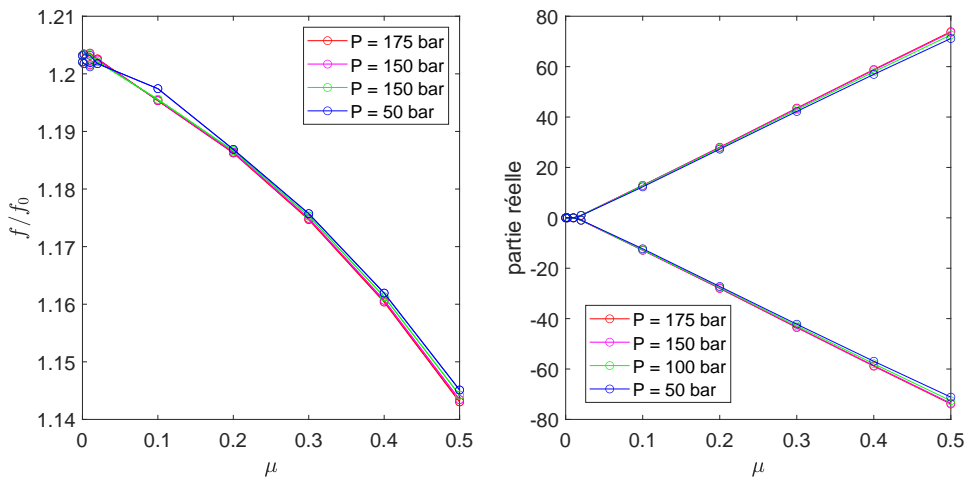


FIGURE 7 – Effet de la pression sur la stabilité du système en fonction de  $\mu$

D'après la Figure 7, la pression a donc tendance à déstabiliser le système en baissant la fréquence du mode et en augmentant sa partie réelle. Toujours d'après cette figure, on constate néanmoins que la pression a un impact minimal sur la stabilité du système, dans la plage de pression rencontrée en essai.

## 4 Conclusion

La caractérisation modale des instabilités induites par frottement sous un logiciel multicorps est possible bien que le logiciel multicorps soit conçu essentiellement pour effectuer des simulations temporelles avec des grands déplacements et des grandes rotations. Néanmoins, des difficultés importantes ont été rencontrées, car le calcul d'un équilibre non-linéaire généré par des précharges est complexe et pose des problèmes de convergence au solveur.

Ces problèmes de convergence pour l'obtention d'équilibres statiques sont par ailleurs rencontrés dans d'autres cas de figure où le modèle multicorps présente une certaine complexité (nombreux contacts frottants comme dans le système étudié ici, nombreux corps comme dans un système avec beaucoup d'engrenages ...). L'étude présentée ici montre néanmoins qu'il est possible de valider un modèle assemblé sous un logiciel multicorps, notamment en comparant les déformées complexes qui en sont issues avec celles provenant du modèle éléments finis. Par ailleurs, les précharges ont été introduites et leur influence sur la position d'équilibre du système a été étudiée et quantifiée. Enfin, il a été possible d'évaluer, sous le logiciel multicorps, la stabilité du système en introduisant uniquement la pression et en linéarisant les raideurs de contact non-linéaires crans-barrettes, crans-tenons et rotors-stators.

## Références

- [1] Johan Hultén. Brake squeal - a self-exciting mechanism with constant friction. In *International Truck Bus Meeting Exposition*. SAE International, November 1993.
- [2] Fabrice Chevillot, Jean-Jacques Sinou, and Nicolas Hardouin. Nonlinear transient vibrations and coexistences of multi-instabilities induced by friction in an aircraft braking system. *Journal of Sound and Vibration*, 328(4-5) :555–574, 2009.
- [3] Stefan Dietz. Vibration and fatigue analysis of vehicle systems using component modes. 1999.
- [4] Huajiang Ouyang, Wayne Nack, Yongbin Yuan, and Frank Chen. Numerical analysis of automotive disc brake squeal : A review. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 1 :207–230, 01 2005.
- [5] Ningyu Liu and Huajiang Ouyang. Friction-induced vibration considering multiple types of nonlinearities. *Nonlinear Dynamics*, 102 :1–19, 12 2020.
- [6] Jean-Jacques Sinou. Transient non-linear dynamic analysis of automotive disc brake squeal - on the need to consider both stability and non-linear analysis. *Mechanics Research Communications*, 37 :96–105, 01 2010.
- [7] Roy R. Craig Jr. and Mervyn C. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analyses. 1968.
- [8] Andreas Heckmann, Martin Otter, Stefan Dietz, and José López. The dlr flexiblebody library to model large motions of beams and of flexible bodies exported from finite element programs. pages 85–95, 01 2006.
- [9] Randall Allemang. The modal assurance criterion (mac) : Twenty years of use and abuse. *Sound and Vibration*, 37, 01 2003.