

Un modèle d'ordre réduit pour la mécanique des interconnexions en microélectronique

Tuan-Khang Luong^{1,2}, Clément Sart¹, Anthony Gravouil², Thomas Elguedj², Nawfal Blal²

¹ STMicroelectronics, Crolles, 38920, France

² INSA Lyon, CNRS, LaMCoS, UNR5259, Villeurbanne, 69621, France

Résumé — Nous proposons une approche pour approximer les contraintes résiduelles à l'échelle locale dans un circuit intégré, lors de la fabrication d'un niveau d'interconnexions. La méthode proposée se base sur la décomposition de domaine couplée à la réduction du modèle. La modélisation numérique en 3D, limitée aux déformations élastiques linéaires, est réalisée sur un sous-domaine du *design layout*. Dans cet article, nous détaillons les premières étapes de construction de la base réduite et présentons une comparaison entre la solution approchée et celle de la méthode éléments finis.

Mots clés — modèle d'ordre réduit, simulation par éléments finis, interconnexions métalliques.

1 Introduction

Dans la production industrielle, les composants semi-conducteurs sont fabriqués directement à la surface d'un substrat de silicium (sous forme de plaque), interconnectés par des lignes métalliques appelées *interconnexions*. Ces interconnexions, entourées d'isolants, forment des films minces empilés. Ces films, constitués de différents matériaux, sont déposés sur un substrat beaucoup plus épais. Le motif de chaque film est guidé par le *design layout* (plan de conception) du circuit intégré correspondant. Figure 1 illustre les liens entre ces composants. Avec la complexité croissante des dispositifs microélectroniques, la densité d'interconnexions s'accroît afin de faciliter le routage des signaux. Les variations de température inhérentes au processus de fabrication génèrent des contraintes thermomécaniques, dues aux différences de coefficients de dilatation thermique entre les matériaux. Par conséquent, ces contraintes s'accumulent progressivement, conduisant fréquemment à la courbure de la plaque de silicium [1].

Sur le plan industriel, cette déformation peut engendrer des problèmes majeurs, pouvant interrompre la production ou provoquer la défaillance des plaques [2]. Ainsi, la prédiction en amont du comportement mécanique d'une plaque de silicium, caractérisée par son *design layout*, constitue une solution cruciale afin de remédier à ces situations.

La simulation par éléments finis (FEM) constitue une méthode largement reconnue pour l'analyse de la réponse thermo-mécanique des films minces déposés sur le substrat. Toutefois, l'étude des interconnexions dans les circuits intégrés soulève des défis importants. D'une part, Park et al. [3] ont montré que tant la densité des interconnexions que leur orientation spatiale et leur rapport épaisseur/largeur influencent la courbure de la plaque de silicium. D'autre part, pour un *design layout* de quelques milli-

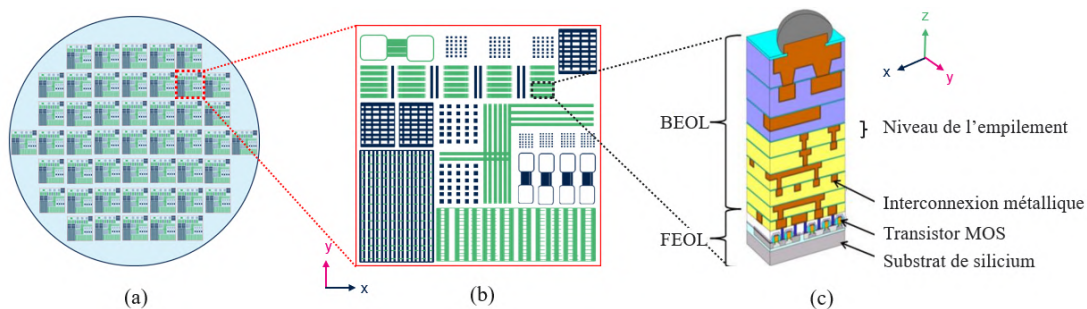


FIGURE 1 – Changement d'échelle entre (a) le substrat de silicium, (b) le *design layout* représentatif guidant la conception, et (c) l'empilement des interconnexions [4].

mètres carrés comportant des interconnexions avec une dimension caractéristique de l'ordre du micron, le modèle à haute fidélité (HFM) requiert un nombre considérable de degrés de liberté. La deuxième problématique majeure réside donc dans la résolution de ce modèle. Cette approche, très coûteuse en termes de temps de calcul et de mémoire, devient rapidement impraticable et inefficace.

Pour atténuer les difficultés liées à la disparité d'échelles spatiales, Roqueta et al. [5] ont employé la technique de décomposition de domaine, qui divise artificiellement le domaine spatial en plusieurs sous-domaines. De plus, ils ont homogénéisé les propriétés matérielles équivalentes de chaque sous-domaine afin de transformer les motifs complexes en films homogènes. Par ailleurs, d'autres auteurs proposent une approximation, couplée aussi à la décomposition de domaine, des propriétés matérielles équivalentes des sous-domaines par des réseaux de neurones [6, 7]. Cependant, en négligeant la géométrie exacte des interconnexions, ces approches ne reflètent pas correctement les dispositifs réels. Bien que le nombre de degrés de liberté de chaque sous-domaine soit plus faible que celui du domaine entier, le calcul local reste coûteux et le nombre de sous-domaines mis en jeu conséquent.

Pour surmonter ces défis, cette première étude développe un modèle couplant la décomposition de domaine et la réduction de modèle. Ses contributions majeures sont donc les suivantes :

1. simuler le *design layout* avec prise en compte explicite des interconnexions ;
2. chercher une base numérique efficace pour accélérer le calcul de chaque sous-domaine ;
3. approximer la simulation du HFM par un modèle d'ordre réduit (ROM).

Dans la suite, nous présentons d'abord la méthodologie pour développer un ROM fondé sur la FEM, ainsi que les critères permettant de valider ses performances. Ensuite, l'application à un *design layout* spécifique et les résultats obtenus seront présentés et discutés.

2 Méthodologie

2.1 Vue d'ensemble et préliminaires

La Figure 2 présente la stratégie globale réalisée dans cette étude. Un niveau d'interconnexions (du *design layout*) est subdivisé en plusieurs sous-domaines selon une partition géométrique définie a priori. Pour chaque sous-domaine, une base réduite est construite par application de la décomposition en valeurs singulières (SVD) sur un ensemble de snapshots. Ces snapshots correspondent à des solutions calculées par le HFM pour différents paramètres physiques (par ex. géométries, conditions aux limites) et artificiels (par ex. conditions aux limites), regroupés dans un vecteur $\mu \in \mathcal{P}$. Cet espace \mathcal{P} représente l'ensemble des configurations possibles du système, choisi afin de couvrir sa variabilité. L'objectif est de construire une base réduite capable d'approximer la solution locale issue de la simulation HFM. Les principes fondamentaux de la SVD et le processus d'approximation de la solution sont détaillés dans la suite.

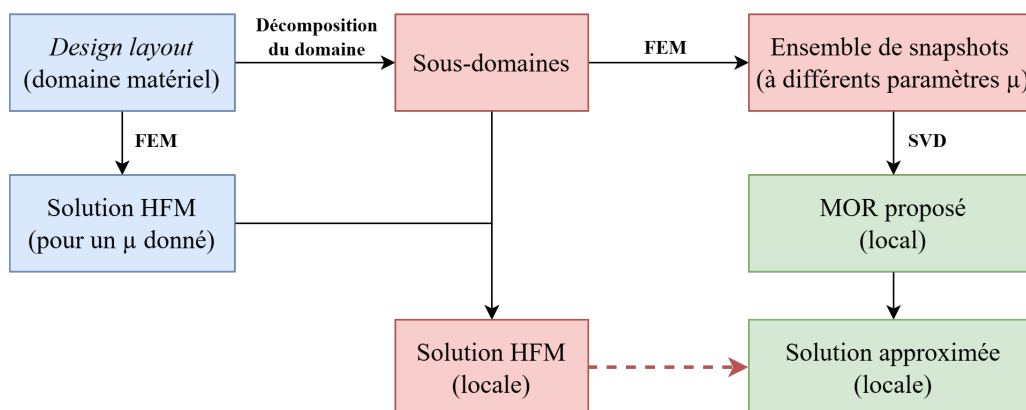


FIGURE 2 – Stratégie générale pour construire un ROM d'un sous-domaine du design layout.

2.2 Construction de la base réduite par la SVD

Considérons un sous-domaine Ω_s du domaine spatial, discrétisé par la méthode des éléments finis avec N degrés de liberté. Le problème d'élasticité linéaire tridimensionnelle, sous l'hypothèse de petites perturbations, s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathcal{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (1)$$

où $\mathcal{K} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ est la matrice de raideur symétrique définie positive, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$ est le champ de déplacements inconnus, et $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$ le vecteur des forces nodales appliquées.

La dimension élevée N entraîne un coût de stockage et de calcul important lors de la résolution. Il est donc souhaitable de représenter ces solutions dans des espaces de dimension réduite. La méthode de réduction du modèle repose sur l'hypothèse que l'état du système peut être bien approché par une combinaison linéaire de fonctions de base choisies, notées $\{\varphi_i\}_{i=1}^k$. Le nombre k de fonctions de base définit la dimension du système réduit, avec idéalement $k \ll N$:

$$\mathbf{u}(\mu) \approx \hat{\mathbf{u}}(\mu) = \Phi \boldsymbol{\alpha}(\mu) = \sum_{i=1}^k \alpha_i(\mu) \varphi_i, \quad (2)$$

où $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^k$ est le vecteur des coordonnées latentes $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$, et $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times k}$ est la matrice dont les colonnes sont les vecteurs de base.

Afin de construire la base Φ , la SVD, une technique basée sur la décomposition des valeurs propres orthogonales [8], est utilisée en général pour les problèmes discrets. Sur la matrice des snapshots $S = [u(\mu_1) \ \cdots \ u(\mu_p)]$, l'application de la SVD fournit alors une factorisation de la forme $S = U \Sigma V^T$. La base réduite Φ est constituée des k premiers modes $\{\varphi_i\}_{i=1}^k$ de U , associés aux plus grandes valeurs singulières de Σ . Cette sélection assure une approximation optimale en norme de Frobenius $\|\cdot\|_F$ selon le théorème d'Eckart-Young [9] :

$$\text{err}(\hat{\mathbf{u}}) = \frac{\|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\|_F}{\|\mathbf{u}\|_F} = \sqrt{\frac{\sum_{i=k+1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}} \quad (3)$$

Le choix de k est guidé par le critère d'énergie accumulée, qui quantifie la part d'information conservée dans la base réduite :

$$\varepsilon_{\text{acc}}(\hat{\mathbf{u}}) = 1 - \text{err}(\hat{\mathbf{u}})^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} \quad (4)$$

2.3 Approximation de la solution de référence par le modèle réduit

La solution complète $\mathbf{u}_{FEM}(\mu_s)$ associée à un sous-domaine pour une configuration paramétrique μ_s est obtenue en résolvant le système complet défini en (1). Plutôt que de résoudre directement ce système de grande dimension N , nous substituons $\mathbf{u}_{FEM}(\mu_s)$ par son approximation réduite donnée en (2).

En projetant le système complet sur la base réduite $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times k}$, c'est-à-dire en multipliant à gauche par Φ^T , le système réduit de dimension $k \ll N$ est :

$$\mathcal{K}_{\text{ROM}} \boldsymbol{\alpha}(\mu_i) = \mathbf{f}_{\text{ROM}}, \quad (5)$$

avec $\mathcal{K}_{\text{ROM}} = \Phi^T \mathcal{K} \Phi \in \mathbb{R}^{k \times k}$ et $\mathbf{f}_{\text{ROM}} = \Phi^T \mathbf{f} \in \mathbb{R}^k$.

Le problème initial consistant à déterminer le champ de déplacement $\mathbf{u}_{FEM}(\mu_s)$ en (1) est ainsi transformé en la recherche du vecteur de coefficients réduits $\boldsymbol{\alpha}(\mu_i)$ dans (5). La résolution ne dépend plus du nombre élevé de degrés de liberté N du modèle complet initial.

Une séparation claire entre phases hors ligne et en ligne se dégage. La construction des fonctions de base s'effectue exclusivement lors de la phase hors ligne. En revanche, la phase en ligne consiste à résoudre le système réduit défini en (5), ce qui permet un gain significatif en temps de calcul.

La validité du modèle réduit proposé est vérifiée par l'indicateur d'erreur relative globale défini dans la norme L^2 entre le champ de déplacement de référence \mathbf{u}_{FEM} et celui approché par ce modèle \mathbf{u}_{ROM} :

$$E_{rel}(\mathbf{u}_{ROM}) = \frac{\|\mathbf{u}_{FEM} - \mathbf{u}_{ROM}\|_{L^2}}{\|\mathbf{u}_{FEM}\|_{L^2}} \quad (6)$$

De plus, un indicateur d'erreur relative locale est défini pour quantifier la différence à chaque nœud j et pour chaque composante $\xi \in \{x, y, z\}$:

$$RE_{\xi,j} = \frac{|u_{\xi,j}^{FEM} - u_{\xi,j}^{ROM}|}{\|u_{\xi}^{FEM}\|_{L^\infty}} = \frac{|u_{\xi,j}^{FEM} - u_{\xi,j}^{ROM}|}{\max_{1 \leq m \leq M} |u_{\xi,m}^{FEM}|} \quad (7)$$

Ces indicateurs permettent d'évaluer la qualité de l'approximation locale et globale du modèle réduit. Ils assurent ainsi la précision dans la représentation du comportement mécanique du sous-domaine.

3 Application et résultats

3.1 Description du modèle par éléments finis

Dans le cadre de cette étude, la méthodologie présentée précédemment est appliquée en prenant pour domaine d'intérêt Ω une zone restreinte du *design layout* associé au circuit intégré, pour un niveau d'interconnexions de l'empilement. Les dimensions de ce domaine sont de $4L \times 4L \times 2L$, comme illustré à la Figure 3. Le maillage est constitué de 391 230 éléments hexahédraux linéaires à 8 nœuds, avec un total de 1 273 320 degrés de liberté. Pour cette première étude, les déformations thermiques ne sont pas prises en compte, sans retirer au caractère général de l'approche proposée. Dans la Figure 3c, un champ de déplacement stationnaire biaxial symétrique d'amplitude de l'ordre de 10^{-4} a.u. (unité arbitraire) est imposé selon les directions x et y sur les quatre bords. Par ailleurs, sur la surface inférieure du substrat, le déplacement nodal dans la direction z est contraint à zéro. La solution globale est obtenue sur le domaine complet avec ces conditions aux limites.

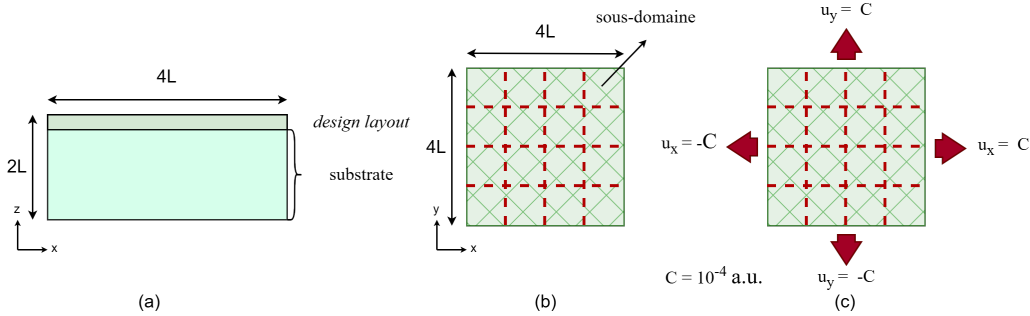


FIGURE 3 – Modèle représentatif en 3D d'une partie du design layout déposé sur le substrat sont présentées à la fois (a) la vue de côté et (b) la vue de dessus. Sur la vue de dessus, les lignes pointillées rouges divisent l'ensemble du domaine en 16 sous-domaines. (c) Les conditions aux limites imposées sur le domaine complet pour la solution HFM.

Le problème, discrétisé avec ANSYS Mechanical 25R1 [10], est subdivisé en 16 sous-domaines de taille de $L \times L \times 2L$, comme illustré Figure 4. Étant donné que le ROM est construit pour chaque sous-domaine, la solution de référence associée à un sous-domaine donné correspond à la restriction du champ de déplacement global aux nœuds de ce sous-domaine. Autrement dit, pour chaque sous-domaine, seule la partie locale de la solution globale est considérée comme référence pour la validation du ROM.

3.2 Choix des conditions aux limites locales

Pour rappel, l'objectif du ROM est de déterminer une base réduite capable de reproduire fidèlement le champ de déplacement correspondant à une configuration paramétrique donnée. Ici, nous considérons comme conditions aux limites à substituer dans la matrice \mathcal{K} et le vecteur \mathbf{f} du ROM, la restriction aux bords du sous-domaine de la solution globale. Il est donc nécessaire de s'assurer que la base choisie restitue correctement la solution de référence avant la réduction du modèle.

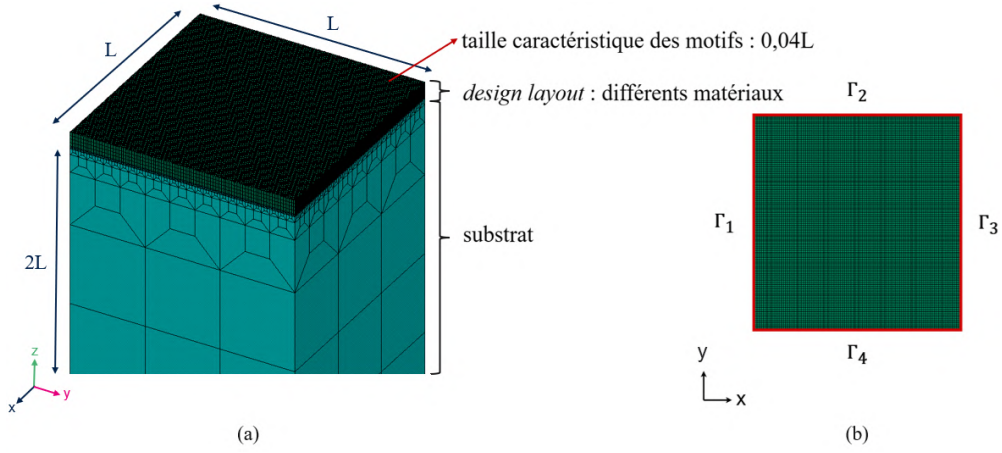


FIGURE 4 – Le maillage d’un sous-domaine à étudier est constitué d’éléments hexahédraux à 8 nœuds. (a) La vue tiltée et (b) la vue de dessus du modèle sont affichées. Au sein du *design layout*, il y a différents matériaux distincts, et la taille caractéristique des interconnexions est de $0,04L$. Les quatre bords perpendiculaires aux axes x et y du sous-domaine sont notés Γ_i .

Ici dans la génération de l’ensemble des snapshots, seules les conditions aux limites imposées aux bords sont variées pour obtenir la meilleure approximation possible. Nous projetons le champ de déplacement obtenu sur les bords Γ_i , via la solution HFM globale du domaine Ω , sur la base de Fourier afin d’évaluer la qualité de reconstruction de ces solutions.

Sur le sous-domaine illustré dans la Figure 4, la surface inférieure du substrat est toujours soumise à un blocage du déplacement nodal suivant la direction z . Pour la s -th solution, les conditions aux limites imposées simultanément sur le champ de déplacement $u_x(y)$, sur les bords Γ_1 et Γ_3 , s’écrivent :

$$u_x^s(y) = \begin{cases} \text{constante,} & \text{si } s = 0, \\ \sin\left(\frac{s\pi y}{L}\right), & \text{si } 1 \leq s \leq S, \\ \cos\left(\frac{(s-A)\pi y}{L}\right), & \text{si } S+1 \leq s \leq 2S, \end{cases} \quad \text{avec } s \in [0, 2S] \subset \mathbb{N}. \quad (8)$$

Cette construction permet de générer une base de Fourier pour le champ u_x . Le même procédé est appliqué au champ $u_y(x)$ sur les bords Γ_2 et Γ_4 . Ainsi, la base numérique finale se compose de $2 \times (2S+1)$, où S est un paramètre choisi de manière arbitraire. En utilisant l’indicateur d’erreur relative globale défini en (6), la convergence entre le champ de référence aux bords et celui projeté sur cette base est confirmée avec $S = 20$. Cela montre que la solution de référence du sous-domaine peut être potentiellement bien approchée par la base proposée avant la réduction du modèle.

3.3 Construction et validation du ROM

Un ensemble de 82 snapshots correspondant à $S = 20$ d’un sous-domaine est généré, ce qui permet d’effectuer le processus de construction de la base réduite. L’application de la SVD sur cette base de données permet de tracer l’évolution de l’estimateur d’énergie accumulée, présentée dans la Figure 5. Le choix de retenir les 48 premiers modes dans la construction de la base réduite résulte d’un compromis entre la précision de l’approximation et la réduction de la dimension du problème. En effet, ces 48 modes permettent de capturer 99,99 % de l’énergie totale contenue dans les snapshots, assurant ainsi une très faible erreur relative globale E_{rel} de l’ordre de 0,6 %. Ce compromis garantit ainsi une modélisation efficace tout en conservant une fidélité élevée à la solution complète.

Par ailleurs, les composantes (u_x, u_y, u_z) des trois premiers modes sont illustrées sur la Figure 6, mettant en évidence la tendance globale du comportement mécanique de ce sous-domaine. Bien que le problème soit formulé en trois dimensions, les composantes de déplacement u_x et u_y présentent un comportement presque indépendant de z , tant dans le film que dans le substrat. Cette homogénéité nous incite à quantifier le champ de déplacement en surface du *design layout*, afin de rendre compte de manière claire et synthétique des résultats.

Le champ de déplacement de référence et celui reconstruit par le ROM sont tracés respectivement sur les Figures 7a et Figure 7b, pour la composante u_x uniquement. Nous constatons que l'ordre de grandeur des déplacements, autour de 10^{-5} , est bien conservé après projection sur la base réduite choisie, et que les valeurs maximales et minimales sont similaires entre les deux solutions. De plus, pour chaque composante (u_x, u_y, u_z), le champ des erreurs relatives locales est calculé, comme illustré dans la Figure 7c. Les $RE_{\xi,j}$ maximales attribuées au maillage ne dépassent pas 3 %, et ne concernent qu'une faible proportion des nœuds (< 1 %). Ces faibles erreurs relatives, globales et locales, garantissent donc la précision du ROM dans les applications envisagées.

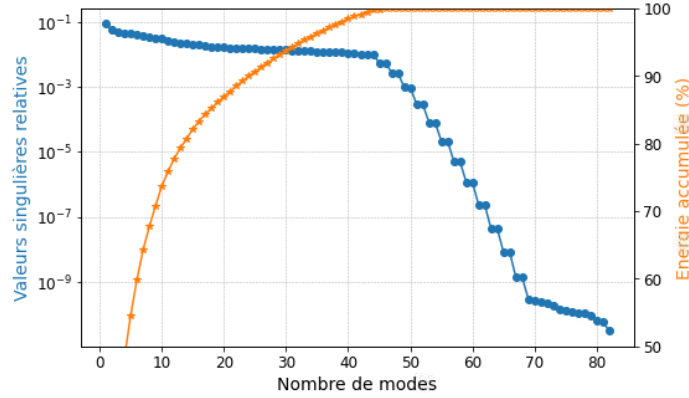


FIGURE 5 – Contribution des modes au champ de déplacement. Le nombre de modes réduits correspond au seuil de 99,99 % d'énergie accumulée.

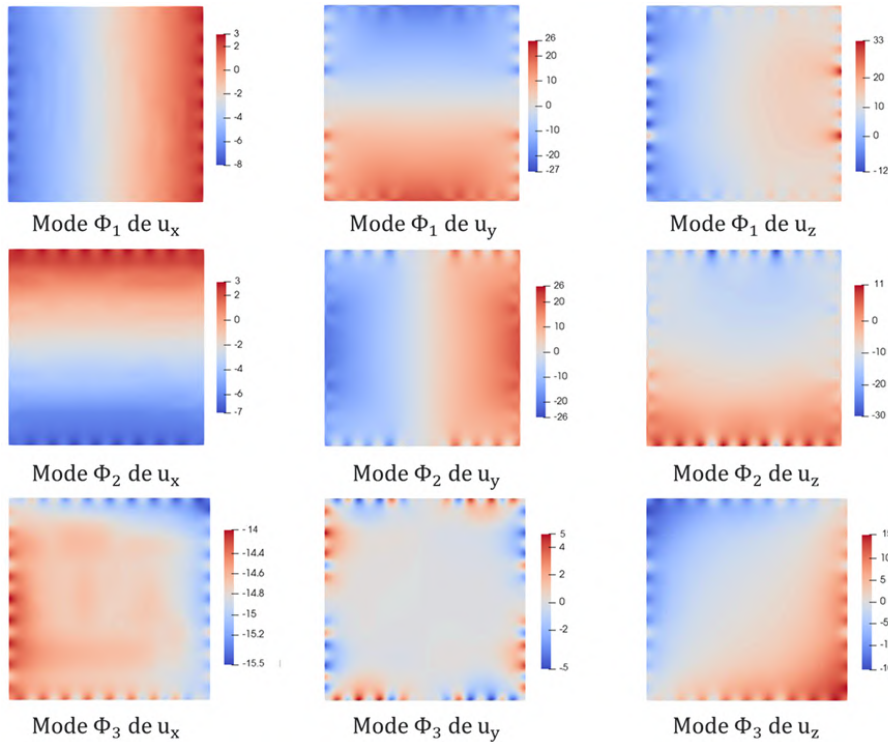


FIGURE 6 – Vue en plan Oxy des trois premiers modes des champs u_x , u_y et u_z .

Nous nous intéressons également à la possibilité d'obtenir une meilleure réductibilité et/ou une base numérique à partir d'un nombre plus faible de snapshots. Plus précisément, nous étudions l'impact de la réduction du nombre k de modes réduits sur l'erreur relative globale $E_{rel}(u_{ROM})$. De plus, l'effet de la diminution du nombre de snapshots est analysé. Quatre ensembles de snapshots, correspondant à quatre valeurs différentes de $S = \{3, 5, 10, 20\}$ (soit un nombre de snapshots égal à $2 \times (2S + 1)$), sont étudiés. Pour chaque ensemble de snapshots, un nombre k_i de modes réduits est déterminé en retenant

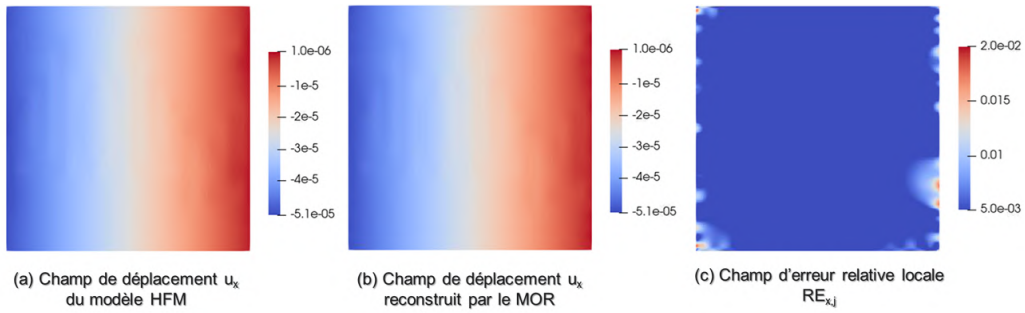


FIGURE 7 – Comparaison des champs de déplacement u_x : (a) solution HFM, (b) solution approchée par le ROM. Ainsi, (c) le champ d'erreur relative locale pour le composant u_x est illustré.

le seuil de 99,99 % d'énergie accumulée. Ce k_i est ensuite utilisé pour d'autres ensembles lorsque cela est possible. Pour chaque base réduite, déterminée par un ensemble de snapshots et un nombre de modes retenus, l'erreur relative globale est calculée entre la solution approchée par cette base et la solution HFM identique du sous-domaine concerné.

TABLE 1 – Erreur relative globale $E_{rel}(u_{ROM})$ (%) est donnée en fonction du nombre k_i de modes réduits et du nombre de snapshots $2(2S + 1)$.

Nombre de snapshots	Nombre de modes réduits k_i			
	14	18	28	48
14	0,73%	-	-	-
22	5,03%	0,70%	-	-
42	2,79%	2,77%	0,64%	-
82	11,66%	11,51%	5,49%	0,62%

Dans le Tableau 1, pour un même ensemble de snapshots, $E_{rel}(u_{ROM})$ augmente lorsque k diminue, ce qui s'explique par la perte d'information liée aux modes supprimés. En revanche, quand le nombre de snapshots est réduit, $E_{rel}(u_{ROM})$ ne varie que faiblement, à condition que le seuil de 99,99 % d'énergie soit respecté. Autrement dit, il est possible d'utiliser une base réduite de dimension plus faible tout en conservant une bonne approximation de la solution de référence. Cependant, les erreurs relatives locales peuvent, quant à elles, augmenter de manière plus significative. Le choix optimal du nombre de snapshots et de modes réduits dépend donc des exigences spécifiques de l'application.

3.4 Gain de temps de calcul

Concernant l'efficacité du calcul, une comparaison est réalisée entre la simulation par FEM et celle par ROM (voir le Tableau 2). Il convient de préciser que le modèle FEM ne requiert pas de phase hors ligne dédiée. En considérant des ressources de calcul comparables, le temps de reconstruction par ROM lors de la phase en ligne est d'environ 70 secondes, tandis qu'un calcul FEM complet demande environ 900 secondes. Bien que la phase hors ligne associée à la génération des snapshots puisse être coûteuse en temps de calcul, elle permet d'obtenir un gain significatif lors de la phase en ligne, facilitant ainsi le calcul rapide de nouvelles solutions. Ce compromis est particulièrement avantageux dans le cadre d'études paramétriques ou d'applications à la décomposition de domaine.

TABLE 2 – Temps de calcul pour une nouvelle solution du sous-domaine.

Phase	FEM	ROM (82 snapshots, $E_{rel} < 0,6\%$)
Hors ligne	-	≈ 20 h
En ligne	≈ 900 s	≈ 70 s

4 Conclusions

Nous avons présenté la construction d'un ROM pour la simulation des contraintes résiduelles dans les interconnexions du circuit intégré, guidé par la *design layout*. La méthodologie proposée repose sur la décomposition de domaine couplée à la construction d'une base réduite. Pour un sous-domaine donné, les snapshots sont obtenus par simulation du HFM en variant les conditions aux limites locales. Son ROM est donc construit par l'application de la SVD sur cet ensemble de snapshots. Cette approche permet de réduire significativement le coût de calcul, avec un facteur de diminution supérieur à dix par rapport à la FEM pendant la phase en ligne. Par ailleurs, la solution approchée par le ROM est fidèle, avec une erreur relative globale inférieure à 0,6 %. La méthode offre également une flexibilité dans le compromis entre la dimension de la base réduite et la précision, grâce à une sélection optimale des modes réduits.

Les travaux futurs viseront à intégrer les effets thermiques afin de modéliser le comportement thermo-mécanique, ce qui permettra d'approcher plus précisément les phénomènes physiques réels. De plus, nous envisageons d'étendre à l'ensemble du *design layout* via une décomposition de domaine globale, afin d'obtenir une solution complète tout en conservant les gains de performance apportés par le ROM.

5 Remerciements

Les auteurs remercient l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) pour son soutien financier dans le cadre du dispositif Cifre entre l'INSA Lyon et STMicroelectronics Crolles.

Références

- [1] H. Isselé. *Caractérisation et modélisation mécaniques de couches minces pour la fabrication de dispositifs microélectroniques - application au domaine de l'intégration 3D*, Université de Grenoble, 2014.
- [2] N. Chérault. *Caractérisation et modélisation thermomécanique des couches d'interconnexions dans les circuits sub-microélectroniques*, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [3] T.-S. Park, M. Dao, S. Suresh, A. J. Rosakis, D. Pantuso, S. Shankar. *Some practical issues of curvature and thermal stress in realistic multilevel metal interconnect structures*, Journal of electronic materials, Springer, pp. 777–791, 2008.
- [4] W.-L. Chiu and C.-I. Huang. *Polymer Nanoparticles Applied in the CMP (Chemical Mechanical Polishing) Process of Chip Wafers for Defect Improvement and Polishing Removal Rate Response*, Polymers, vol. 15, no. 7, p. 3198, 2023.
- [5] F. Roqueta, M. Boutaleb, P. V. Khoa Nguyen, J.-M. Mencik. *Numerical strategies for the prediction of patterned wafer warpage during manufacturing process*, 2024 25th International Conference on Thermal, Mechanical and Multi-Physics Simulation and Experiments in Microelectronics and Microsystems (EuroSimE), IEEE, pp. 1–6, 2024.
- [6] S. Raghavan, H. Mori, G. Bonilla, K. Sakuma. *Artificial Intelligence (AI) based methodology to minimize asymmetric bare substrate warpage*, 2023 IEEE 73rd Electronic Components and Technology Conference (ECTC), IEEE, pp. 1213–1218, 2023.
- [7] X. Wu, C. Li, S. Ma. *TSV wafer warpage simulation and process induced strain prediction by machine learning-based anisotropic equivalent modeling method*, 2023 IEEE 25th Electronics Packaging Technology Conference (EPTC), IEEE, pp. 780–786, 2023.
- [8] P. Holmes, J. L. Lumley, G. Berkooz. *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*, Cambridge University Press, 1998.
- [9] C. Eckart, G. Young. *The approximation of one matrix by another of lower rank*, Psychometrika, vol. 1, no 3, Springer, pp. 211–218, 1936.
- [10] ANSYS Inc. *ANSYS Mechanical, Release 25R1*, ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA, 2023.