

Résolution numérique du contact-frottement par approche de type mortier avec lancer de rayons

M. Abbas¹, E. Agouzal¹, N. Tardieu¹

¹ EDF Lab Paris Saclay, 7 Boulevard Gaspard Monge, 91120 Palaiseau
{mickael.abbas, eki.agouzal, nicolas.tardieu}@edf.fr

Résumé — Ce travail se focalise sur le développement d'une approche de type mortier pour la résolution du contact-frottement en grandes déformations. L'approche développée se fonde sur une approche biaisée (maître-esclave) avec un appariement par lancer de rayons. La méthodologie est déclinée en deux variantes : une par Lagrangien augmenté, avec un multiplicateur de Lagrange exprimé dans la base globale, et l'autre par pénalisation. Ces approches sont validées par des simulations de référence en 2D et 3D.

Mots clés — Contact-frottement, Méthode mortier, Lancer de rayons.

1 Introduction

1.1 Contexte industriel

Garantir la sécurité, et l'intégrité des infrastructures de production, notamment nucléaires, constitue une des missions prioritaires d'Électricité de France (EDF). A cette fin, la modélisation et la simulation numérique sont des outils essentiels utilisés pour prédire le comportement des structures. Néanmoins, la résolution numérique du contact (et du frottement) constitue un des défis les plus complexes dans les simulations mécaniques industrielles. En effet, la formulation d'un problème de contact repose sur une relation multivaluée entre la pression de contact, et le jeu normal, ce qui introduit un problème discontinu et non-différentiable, souvent formulé en termes d'inégalité variationnelle.

Le traitement numérique des problèmes de contact-frottement peut se diviser en trois étapes : formulation mathématique, discrétisation et résolution numérique. Chacune de ces étapes présente des défis spécifiques, avec de multiples options à considérer pour chaque étape. Le passage de la formulation théorique à l'implantation numérique reste un champ de recherche actif, avec des difficultés majeures liées à la formulation du problème, à la discrétisation, au choix du solveur, ainsi qu'à la vérification et la validation (V&V) et au calcul haute performance (HPC). EDF R&D a continuellement fourni des efforts pour faire progresser ses méthodologies afin de suivre l'évolution de l'état de l'art dans ce domaine.

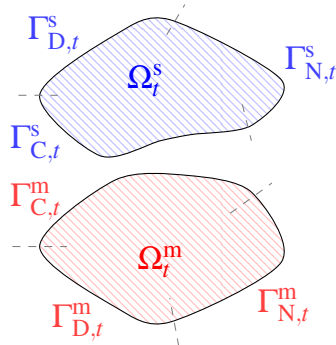
1.2 Objectifs et motivations du travail

Nous présentons dans ce travail des méthodes développées autour des approches de type mortier pour la simulation du contact-frottement. Nous avons notamment introduit une formulation par Lagrangien augmenté pour traiter le contact avec frottement dans un cadre biaisé (communément appelé approche maître-esclave). Cette formulation se fonde sur l'approche proposée par Poulos et Renard [8]. Contrairement aux approches standard, le champ de déplacement (noté \underline{u} dans ce document) et le multiplicateur de Lagrange (noté λ) sont tous deux exprimés à l'aide des coordonnées globales. En outre, pour les calculs d'intégrales nécessaires à l'approche de type mortier, l'appariement et les projections de champ sont réalisées à l'aide d'une technique dite de lancer de rayons. Dans un second temps, nous avons dérivé et implanté une version pénalisée de cette formulation. L'ensemble de la méthodologie a été développée dans le code de qualité industrielle `code_aster` [5]. Les développements méthodologiques présentés ici ont été rendus possibles grâce à l'introduction progressive de composants théoriques et logiciels au fil des ans, notamment dans des travaux de thèse précédents [7, 4].

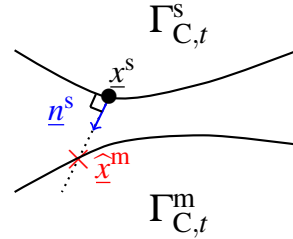
2 Formulations proposées pour le contact-frottement en grandes déformations dans un formalisme biaisé

2.1 Formulation forte du problème

2.1.1 Formalisme biaisé et notations associées



(a) Notations pour le formalisme biaisé.



(b) Appariement par lancer de rayons.

FIGURE 1 – Représentation des hypothèses géométriques faites pour le problème de contact-frottement.

Nous considérons un problème dépendant du temps avec deux solides élastiques, Ω_t^s et Ω_t^m , des domaines réguliers et bornés dans \mathbb{R}^d au temps $t \in [0, T]$. Leurs frontières sont partitionnées en frontières de Dirichlet ($\Gamma_{D,t}^s$ et $\Gamma_{D,t}^m$), Neumann ($\Gamma_{N,t}^s$ et $\Gamma_{N,t}^m$), et de contact ($\Gamma_{C,t}^s$ et $\Gamma_{C,t}^m$). Une représentation simplifiée du problème est fournie sur la Figure 1a. Nous nous plaçons dans le cadre général des grandes déformations, et nous écrivons alors les équations d'équilibre dans la configuration déformée. Une telle formulation implique de s'appuyer sur le premier tenseur de Piola-Kirchhoff, noté ici \mathbf{P} . Dans l'ensemble du document, des exposants "s" ou "m" sont utilisés si la distinction entre esclave et maître est jugée nécessaire.

Dans le formalisme biaisé, les conditions de contact sont exprimées à l'aide du vecteur contrainte au niveau de l'interface esclave. Pour disposer de ces conditions, le vecteur de contrainte est décomposé à l'aide du vecteur normal \underline{n}^s , qui est également utilisé pour définir le jeu normal g_n . Ce dernier correspond formellement à la distance entre les deux solides. En revenant sur la décomposition évoquée plus haut, le vecteur de contrainte ($\mathbf{P}^s \cdot \underline{N}^s \in \mathbb{R}^d$) est séparé en deux composantes : une composante normale ($P_n^s \in \mathbb{R}$) et une composante située dans le plan tangent ($\underline{P}_t^s \in \mathbb{R}^d$) : $\underline{P}_N^s := \mathbf{P}^s \cdot \underline{N}^s = P_n^s \underline{n} + \underline{P}_t^s$. Dans le formalisme biaisé, les conditions de contact sont exprimées sur la surface esclave au temps t , c'est-à-dire sur $\Gamma_{C,t}^s$:

$$\begin{cases} g_n(\underline{u}) \geq 0 \\ P_n^s(\underline{u}) \leq 0 \\ P_n^s(\underline{u}) g_n(\underline{u}) = 0 \end{cases} \quad \text{sur } \Gamma_{C,t}^s$$

Pour tenir compte du frottement, le système doit être modifié en remplaçant cette condition par une autre. La nouvelle condition dépend de la loi de frottement choisie et s'exprime en termes de vitesse de glissement tangentielle \underline{v}_t . Dans ce travail, nous adoptons la loi de frottement de Coulomb, qui caractérise le frottement à l'aide d'un seuil dépendant de la pression de contact : $s(\underline{u}) = -\mu_{\mathcal{F}} P_n^s(\underline{u})$, où $\mu_{\mathcal{F}} \geq 0$ est un coefficient adimensionnel appelé coefficient de frottement. La loi de Coulomb s'écrit :

$$\begin{cases} \|\underline{P}_t^s(\underline{u})\| \leq -\mu_{\mathcal{F}} P_n^s(\underline{u}) & \text{si } \underline{v}_t = \underline{0} \\ \underline{P}_t^s(\underline{u}) = \mu_{\mathcal{F}} P_n^s(\underline{u}) \frac{\underline{v}_t}{\|\underline{v}_t\|} & \text{sinon} \end{cases}$$

2.1.2 Appariement par lancer de rayons et répercussions sur la formulation

Pour le processus d'appariement, nous considérons une approche par *lancer de rayons*, qui définit $\hat{\underline{x}}^m$ comme l'intersection la plus proche entre la surface maître et la ligne droite passant par le point \underline{x}^s et portée par la normale à la surface esclave \underline{n}^s . Ainsi, nous avons :

$$\hat{\underline{x}}^m = \underline{x}^s + g_n \underline{n}^s$$

Ceci fournit la définition du *jeu normal* g_n dans le cas considéré ici. Un exemple de lancer de rayons est donné sur la Figure 1b. De surcroît, il reste à définir de manière pertinente la *vitesse de glissement*. Dans ce travail, nous avons choisi d'adopter l'approche proposée par Poullos et Renard [8]. Cette vitesse de glissement s'appuie sur la correction de la vitesse relative objective introduite par Curnier [2]. Dans le travail original, cette vitesse indépendante du référentiel a été dérivée dans le contexte de la projection orthogonale. Poullos et Renard [8] ont proposé une adaptation pour le lancer de rayons, exprimée comme suit :

$$\underline{v} = \dot{\underline{x}}^s - \dot{\underline{x}}^m + g_n \dot{\underline{n}}^s$$

où la notation $(\dot{\quad})$ correspond à la dérivée totale en temps.

2.2 Approche de Lagrangien augmenté

2.2.1 Cas sans frottement

L'équilibre des solides élastiques, en prenant en compte l'éventualité d'un contact sans frottement correspond au problème de point-selle classique $\min_{\underline{u} \in \mathcal{V}} \max_{\lambda_n \in \Lambda_n} \mathcal{L}(\underline{u}, \lambda_n; \gamma)$, en reprenant le *Lagrangien augmenté* proposé par Alart et Curnier [3] :

$$\mathcal{L}(\underline{u}, \lambda_n; \gamma) = \mathcal{J}(\underline{u}) + \frac{1}{2\gamma} \int_{\Gamma_{C,t}^s} [\lambda_n + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_-}^2 - \lambda_n^2 d\Gamma \quad (1)$$

où $\gamma > 0$ est le coefficient d'augmentation, $\mathcal{J}(\underline{u})$ l'énergie potentielle associée au solide élastique et \mathcal{V} et Λ_n des espaces de Hilbert bien choisis associés respectivement au champ de déplacement et au multiplicateur de contact. L'avantage de cette formulation est qu'elle permet de déterminer le couple $(\underline{u}, \lambda_n)$ solution par la résolution du problème sans contrainte suivant :

$$\begin{cases} \int_{\Omega_t} \mathbf{P}(\underline{u}) : \nabla_X \underline{v} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{C,t}^s} [\lambda_n + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_-} \mathcal{D}_v g_n(\underline{u}) \, d\Gamma = 0, & \forall \underline{v} \in \mathcal{V} \\ \frac{1}{\gamma} \int_{\Gamma_{C,t}^s} ([\lambda_n + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_-} - \lambda_n) \mu_n \, d\Gamma = 0, & \forall \mu_n \in \Lambda_n \end{cases}$$

où $\mathcal{D}_v g_n(\underline{u})$ est la notation adoptée pour la dérivée directionnelle de g_n en \underline{u} dans la direction \underline{v} , et où $\forall x \in \mathbb{R}$, $[x]_{\mathbb{R}_-} = \min(0, x) \leq 0$. L'utilisation du lancer de rayons (voir section 2.1.2) comme opérateur d'appariement permet de régulariser l'expression du résidu au niveau continu. En effet, il est possible de montrer sous certaines hypothèses l'égalité suivante :

$$[\lambda_n + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_-} \mathcal{D}_v g_n(\underline{u}) = -\lambda_n \underline{n}^s(\underline{u}) \cdot (-\hat{\underline{v}}^m(\underline{u}) + \underline{v}^s(\underline{u}))$$

En combinant ce résultat à l'équation (1), nous disposons alors d'une expression simplifiée du résidu dans le cas du lancer de rayons :

$$\begin{cases} \mathcal{D}_v \mathcal{J}(\underline{u}) - \int_{\Gamma_{C,t}^s} \lambda_n \underline{n}^s(\underline{u}) \cdot (-\hat{\underline{v}}^m(\underline{u}) + \underline{v}^s(\underline{u})) \, d\Gamma = 0, & \forall \underline{v} \in \mathcal{V} \\ \frac{1}{\gamma} \int_{\Gamma_{C,t}^s} ([\lambda_n + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_-} - \lambda_n) \mu_n \, d\Gamma = 0, & \forall \mu_n \in \Lambda_n \end{cases} \quad (2)$$

2.2.2 Cas avec frottement

Le passage au cas avec frottement se fait *par analogie* avec l'équation (2), qui correspond au résidu obtenu dans un cas sans frottement. Un seul multiplicateur $\underline{\lambda} \in \mathbb{R}^d$, exprimé en coordonnées globales, est utilisé, ce qui induit l'usage d'un seul coefficient d'augmentation γ . Le problème à résoudre devient alors :

$$\begin{cases} \mathcal{D}_v J(\underline{u}) - \int_{\Gamma_{C,t}^s} \underline{\lambda} \cdot (-\widehat{\underline{v}}^m(\underline{u}) + \underline{v}^s(\underline{u})) \, d\Gamma = 0, & \forall \underline{v} \in \mathcal{V}' \\ \frac{1}{\gamma} \int_{\Gamma_{C,t}^s} C(\underline{u}, \underline{\lambda}) \cdot \underline{\mu} \, d\Gamma = 0, & \underline{\mu} \in \Lambda \end{cases} \quad (3)$$

où Λ est l'espace du multiplicateur global (là où précédemment Λ_n correspondait à l'espace pour le multiplicateur de contact), et où la fonctionnelle $C(\underline{u}, \underline{\lambda})$ correspond au cône de frottement de Coulomb. Cette dernière s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} C(\underline{u}, \underline{\lambda}) &= [\underline{\lambda} \cdot \underline{n}^s + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s} + [\underline{\lambda} - \gamma \underline{v}]_{-\mu_f [\underline{\lambda} \cdot \underline{n}^s + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s} - \underline{\lambda}} \\ &= \underbrace{[\underline{\lambda} \cdot \underline{n}^s + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s} - \underline{\lambda} \cdot \underline{n}^s}_{\text{Terme associé au contact}} + \underbrace{[\underline{\lambda} - \gamma \underline{v}]_{-\mu_f [\underline{\lambda} \cdot \underline{n}^s + \gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s} - \underline{\lambda}}}_{\text{Terme associé au frottement}} - \mathbf{T}_n^s \underline{\lambda} \end{aligned}$$

où \mathbf{T}_n^s est la projection sur l'espace tangent défini par \underline{n}^s , et où $[\cdot]_{s,n}$ est la projection sur la boule centrée en $\underline{0}$ et de rayon s et dans le plan tangent défini par le vecteur \underline{n} , donnée comme suit :

$$\forall \underline{v}, \quad [\underline{v}]_{s,n} = \begin{cases} \mathbf{T}_n \underline{v} & \text{if } \|\mathbf{T}_n \underline{v}\| \leq s \\ s \frac{\mathbf{T}_n \underline{v}}{\|\mathbf{T}_n \underline{v}\|} & \text{else} \end{cases}$$

2.3 Approche pénalisée induite

Une *approche pénalisée* a été dérivée à partir de la formulation par Lagrangien augmenté avec lancer de rayons. Dans le cas sans frottement, le résidu associé à la formulation pénalisée (et donc purement primale) s'écrit alors :

$$\mathcal{R}(\underline{u}, \underline{v}) = \mathcal{D}_v J(\underline{u}) - \int_{\Gamma_{C,t}^s} [\gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s}(\underline{u}) \cdot (-\widehat{\underline{v}}^m(\underline{u}) + \underline{v}^s(\underline{u})) \, d\Gamma \quad (4)$$

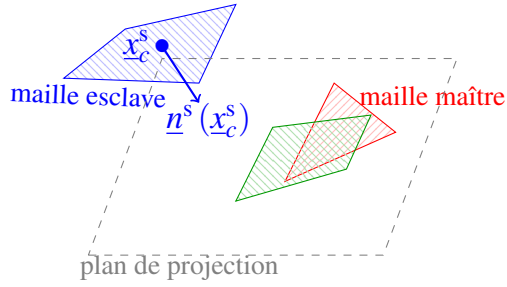
tandis que dans le cas avec frottement, il s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\underline{u}, \underline{v}) &= \mathcal{D}_v J(\underline{u}) - \int_{\Gamma_{C,t}^s} [\gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s}(\underline{u}) \cdot (-\widehat{\underline{v}}^m(\underline{u}) + \underline{v}^s(\underline{u})) \, d\Gamma \\ &\quad - \int_{\Gamma_{C,t}^s} [-\gamma \underline{v}]_{-\mu_f [\gamma g_n(\underline{u})]_{\mathbb{R}_- \underline{n}^s}} \cdot (-\widehat{\underline{v}}^m(\underline{u}) + \underline{v}^s(\underline{u})) \, d\Gamma \end{aligned} \quad (5)$$

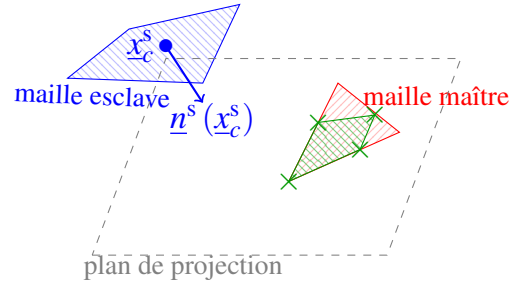
Dans ces équations, le coefficient de pénalisation est noté γ pour faciliter la lecture et la comparaison avec la formulation mixte.

3 Résolution numérique effective avec l'approche de type mortier

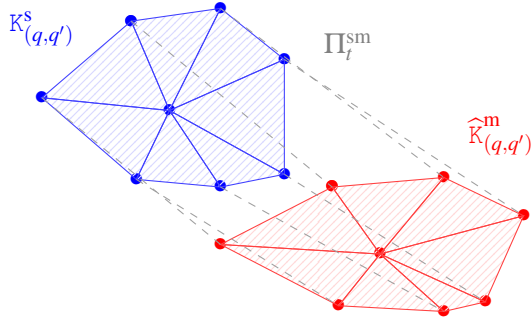
Nous abordons dans cette section les détails de la *discrétisation* et de la *résolution numérique* du problème. Nous utilisons la méthode des éléments finis avec des éléments de Lagrange, en nous limitant aux ordres 1 et 2. Dans le cas du problème mixte (Lagrangien augmenté), l'ordre d'approximation utilisé est identique pour les multiplicateurs et les déplacements en 2D. En revanche, en 3D, les multiplicateurs sont toujours de degré 1 afin de garantir la condition inf-sup.



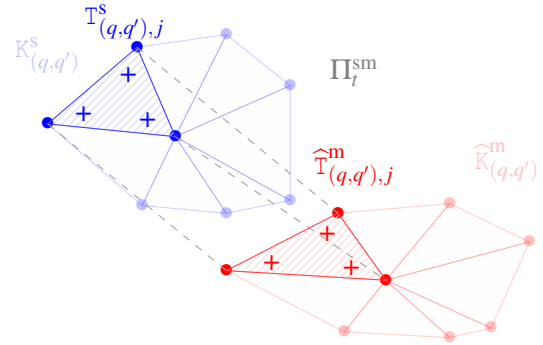
(a) Etape de projection.



(b) Etape d'intersection.



(c) Découpage de l'intersection.



(d) Construction d'une loi de quadrature.

FIGURE 2 – Exemple d'une étape de projection-intersection avec lancer de rayons. Une maille esclave F_q^s et une maille maître $F_{q'}^m$ sont considérées. Sur la Figure 2a, la projection est réalisée en considérant la normale esclave calculée au barycentre de F_q^s , noté x_c^s . Sur la Figure 2b, l'intersection sur la maille maître est calculée, c'est-à-dire $\hat{K}_{(q,q')}^m = \Pi_t^{ms}(F_q^s) \cap F_{q'}^m$, où Π_t^{ms} est l'opérateur d'appariement considéré. Ces différentes notations sont utilisées pour les Figures 2c et 2d, où la triangulation ($K_{(q,q')}^s = \cup_j T_{(q,q'),j}^s$) et la construction des lois de quadrature sont représentées.

Les formulations proposées nécessitent d'être en capacité d'évaluer les différentes intégrales qui s'expriment sur l'interface de contact $\Gamma_{C,t}^s$. Ceci implique de nombreuses opérations au niveau discret. Aujourd'hui, la stratégie adoptée est celle de la *projection-intersection*. Dans un premier, toutes les mailles de bord sont linéarisées. Une liste de couple de mailles potentielles est calculée dans un premier temps (par un algorithme optimisé, nommé PANG [4], ou par force brute). Dans un second temps, pour chaque paire, nous réalisons une opération de projection-intersection pour déterminer l'interface effective de contact. La maille esclave est projetée dans le plan de la maille maître (Figure 2a), puis une intersection de ces deux mailles est réalisée (Figure 2b). Reste alors à déterminer la loi de quadrature adaptée pour évaluer l'intégrale sur cette surface que nous venons de déterminer. La stratégie retenue est un *découpage en triangles à partir du barycentre du polygone convexe obtenu*. La loi de quadrature en est déduite en concaténant les lois de quadrature des triangles obtenus. Les Figures 2c et 2d présentent graphiquement ces étapes de l'algorithme. Il est à noter que cette procédure nécessite par ailleurs de modifier l'assemblage, en ajoutant des *mailles virtuelles* afin de lier les degrés de liberté des couples générés.

Enfin, nous précisons la méthode de résolution adoptée. Nous nous reposons sur une approche de type *Newton global* à chaque pas de temps. Ceci signifie qu'à chaque itéré de Newton, l'ensemble du processus (appariement, calcul d'intersections, construction de loi de quadrature, assemblage) est réalisé. L'utilisation de ce type d'algorithmes est notamment motivé par la régularisation du résidu que permet la formulation par lancer de rayons (voir les résidus présentés plus haut). Bien que non développé à ce jour, une procédure de point fixe pourrait aussi être adaptée pour accélérer la convergence (ou diminuer les coûts de calculs liés à l'appariement) dans certaines configurations. La résolution effective du système nécessite alors le calcul des matrices tangentes associées aux résidus précédents (équations (2) et (3) pour le Lagrangien augmenté et (4) et (5) pour la pénalisation). Ces dernières ont été dérivées analytiquement, implantées dans le code, et vérifiées par comparaison avec des matrices obtenues par perturbation.

4 Résultats numériques

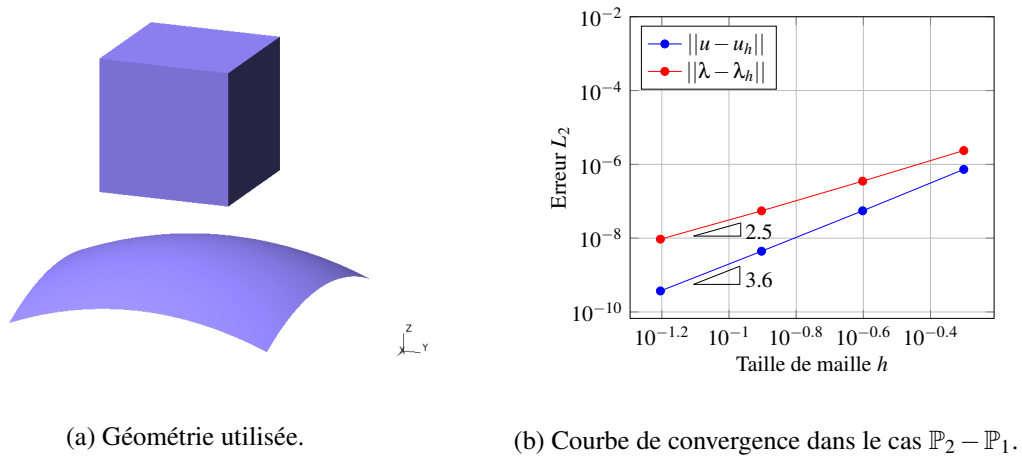
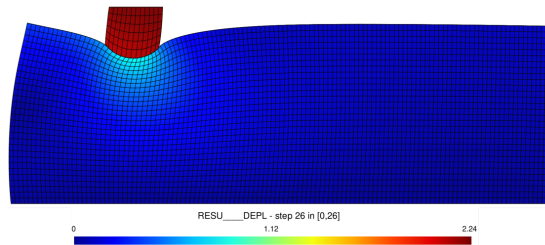


FIGURE 3 – Géométrie et résultats pour la validation de la méthode par la solution des méthodes manufacturées.

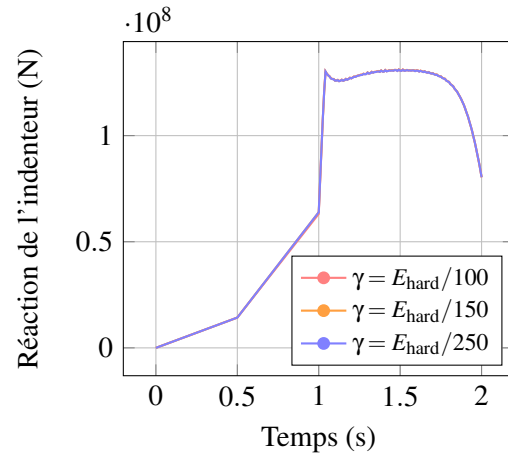
Nous présentons ici quelques résultats préliminaires concernant la validation de la formulation proposée. L'objectif principal est de valider la formulation et son implantation à plusieurs niveaux. Ceci inclut la validation du calcul des intégrales par la méthode de projection-intersection, la convergence efficace du résidu au cours des itérations de Newton, ainsi que la convergence attendue au sens des éléments finis. Cette validation doit être effectuée en 2D et en 3D, car les opérations et les comportements attendus peuvent différer significativement entre ces deux configurations.

Dans ce document, nous nous concentrons sur la validation de la convergence des éléments finis dans un cas en 3D. À cette fin, nous utilisons la méthode des solutions manufacturées, ainsi qu'une solution

analytique issue de travaux antérieurs [1]. Le cas de test consiste en un cube élastique reposant sur une surface parabolique, dans un scénario sans frottement. La géométrie correspondante est illustrée sur la Figure 3a, et les résultats sont présentés sur la Figure 3b pour une formulation de type $\mathbb{P}_2 - \mathbb{P}_1$, où les performances obtenues sont conformes aux attentes. Nous précisons qu’une propriété importante de la méthode réside dans sa capacité à permettre une *convergence quadratique* du résidu dans de nombreuses situations, grâce à la régularisation obtenue par l’approche de lancer de rayons.



(a) Exemple de déformée au cours du temps.



(b) Composante horizontale de la réaction de l’indenteur.

FIGURE 4 – Géométrie et résultats pour la validation du cas *shallow ironing*. Le paramètre E_{hard} correspond au module d’Young de l’indenteur, pris ici comme surface esclave. L’indenteur est supposé plus rigide que le support déformable.

La deuxième étape de validation consiste à comparer les résultats de la méthode avec ceux issus de benchmarks classiques. Comme pour l’étape précédente, la distinction entre les cas en 2D et en 3D reste un point crucial. Par ailleurs, il est nécessaire de tester la méthode dans divers régimes physiques (sans frottement, avec frottement, petits et grands glissements, etc.). L’évaluation de la méthode sur une large gamme de benchmarks est en cours. À titre d’illustration, nous présentons ici le cas du *shallow ironing* [6] (indentation d’un solide élastique) en 2D, dans lequel le frottement est pris en compte. Un exemple de déformée est montré en Figure 4a pour illustrer le problème considéré. Sur la Figure 4b, nous présentons l’évolution de la composante verticale des forces de réaction de l’indenteur au cours du temps. Les résultats obtenus sont proches des solutions de référence issues de la littérature. De plus, les efforts de réaction sont relativement réguliers et présentent moins d’oscillations que celles observées dans d’autres approches existantes. Enfin, sur ce cas particulier, la solution semble relativement indépendante du coefficient d’augmentation.

5 Conclusion et perspectives

Dans ce travail, nous avons développé une formulation par Lagrangien augmenté pour traiter les problèmes de contact avec et sans frottement, en nous appuyant sur les travaux de Poullos et Renard [8]. La méthode proposée repose sur une approche de type mortier combinée à des techniques de projection-intersection et à une résolution globale par la méthode de Newton. Cette formulation permet la simulation de deux solides déformables soumis à de grandes déformations. Les résultats numériques présentés concernent des matériaux sans variables internes. Les principales innovations résident dans l’utilisation d’un appariement par lancer de rayons et l’expression des équations avec des multiplicateurs en coordonnées globales, ce qui facilite les dérivations des opérateurs et conduit à des solutions plus stables et à une convergence améliorée, notamment en présence de singularités géométriques liées au maillage.

Les résultats préliminaires obtenus sont très encourageants sur la formulation proposée, et son im-

plantation. Sur le plan numérique, nous observons une convergence quadratique du résidu dans plusieurs cas, grâce à sa régularisation par la méthode de lancer de rayons. De plus, les convergences attendues pour la méthode des éléments finis sont bien respectées. Du point de vue mécanique, des résultats de qualité ont été obtenus sur divers benchmarks classiques, aussi bien en 2D qu'en 3D, y compris dans des situations de grands glissements. Néanmoins, un travail conséquent reste à mener sur la partie liée à l'appariement et à l'intégration numérique, que cela soit pour le calcul effectif des intégrales, ou pour son lien avec la résolution globale (pertinence d'utiliser un Newton global dans toutes les situations). En effet, ces deux étapes peuvent devenir coûteuses lorsque l'on cherche à maximiser la précision, notamment en utilisant un appariement par force brute et une projection-intersection sur l'ensemble du maillage. La projection-intersection, bien qu'efficace, présente également des défis particuliers en 3D, en raison de la complexité des opérations. De plus, évaluer l'impact d'une erreur numérique dans cette étape sur l'ensemble de la procédure n'est un sujet trivial. Un plan de travail détaillé a été établi pour approfondir les aspects liés à l'appariement et à l'intégration numérique. Nous envisageons également de comparer différentes méthodes afin d'évaluer leur impact sur la qualité des calculs, en explorant leur domaine de validité, tant en termes de qualité de maillage que de régimes mécaniques (petits glissements, grands glissements, etc.). Enfin, une étude approfondie doit être menée sur le choix adéquat des coefficients d'augmentation et son impact sur la solution. Ceci apparaît comme une étape essentielle afin de jauger de la qualité de la méthode pour de futurs cas avec la prise en compte d'une non linéarité liée au matériau.

Références

- [1] Chamberland, É., Fortin, A. & Fortin, M. Comparison of the performance of some finite element discretizations for large deformation elasticity problems. *Computers & Structures*. **88**, 664-673 (2010)
- [2] Curnier, A., He, Q. & Klarbring, A. Continuum mechanics modelling of large deformation contact with friction. *Contact Mechanics*. pp. 145-158 (1995)
- [3] Curnier, A. & Alart, P. A generalized Newton method for contact problems with friction. *Journal De Mécanique Théorique Et Appliquée*. (1988)
- [4] Abbas, M., Drouet, G. & Hild, P. The Local Average Contact (LAC) method. *Computer Methods In Applied Mechanical Engineering*. **339** pp. 488-513 (2018)
- [5] Electricité de France. Finite element code_aster, analysis of structures and thermomechanics for studies and research. 1989-2025. Open source on www.code-aster.org.
- [6] Fischer, K. & Wriggers, P. Mortar based frictional contact formulation for higher order interpolations using the moving friction cone. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*. **195**, 5020-5036 (2006)
- [7] Kudawoo, A., Abbas, M., De Soza, T., Lebon, F. & Rosu, I. Computational Contact Problems : Investigations on the Robustness of Generalized Newton Method, Fixed-Point method and Partial Newton Method. *International Journal For Computational Methods In Engineering Science And Mechanics*. **19**, 262-282 (2018)
- [8] Poullos, K. & Renard, Y. An unconstrained integral approximation of large sliding frictional contact between deformable solids. *Computers & Structures*. **153** pp. 75-90 (2015)