

Modélisation multiphysique et identification des structures métacomposites adaptatives

A. Bejaoui¹, P. Feissel¹, A. Hubert¹

¹ Université de technologie de Compiègne, Roberval, Centre de recherche de Royallieu CS 60319, Compiègne, 60203, Cedex, France

Résumé — Ce papier propose une démarche numérique robuste pour la modélisation et la conception de structures métacomposites adaptatives intégrant des patchs piézoélectriques. Un modèle éléments finis multiphysique est développé pour décrire le couplage électromécanique dans ces structures. Des méthodes numériques alternatives sont explorées afin d'améliorer la robustesse et l'efficacité du calcul. Enfin, un dialogue *essai/calcul* est mis en place pour identifier les paramètres des lois constitutives des matériaux et quantifier les incertitudes de modélisation.

Mots clés — matériaux piézoélectriques, couplages multiphysiques, dialogue essais/calculs, identification.

1 Introduction

Les structures métacomposites adaptatives intégrant des matériaux piézoélectriques offrent des solutions innovantes pour le contrôle et l'atténuation des vibrations, ainsi que pour la conception de dispositifs de cloaking vibratoire [1]. Néanmoins, la modélisation de ces systèmes multiphysiques demeure un défi à plusieurs niveaux : en terme de modélisation des métacomposites [2] et en terme de structures minces (plaques ou coques) [3]. Bien que les formulations éléments finis classiques permettent de modéliser le couplage électromécanique dans les piézoélectriques [4, 5], certaines spécificités des structures minces — notamment le risque de verrouillage numérique — nécessitent une attention particulière afin de garantir la robustesse et la fiabilité des simulations. Par ailleurs, contrairement aux patchs piézoélectriques collés en surface, l'intégration d'éléments piézoélectriques au sein de la structure peut modifier leurs propriétés effectives [6, 7] de sorte qu'ils ne peuvent être directement déduits des données constructeur. Dans ce contexte, il devient nécessaire de recourir à une approche inverse pour identifier ces paramètres effectifs une fois intégrés dans les structures composites.

Cette étude présente une méthodologie combinant modélisation avancée et identification numérique. Une formulation éléments finis mixte de type Hellan–Herrmann–Johnson (HHJ) [8] est utilisée pour la modélisation des plaques minces intégrant des éléments piézoélectriques, permettant d'obtenir une convergence satisfaisante avec des fonctions de forme de bas degré. L'identification des paramètres effectifs repose sur une approche inverse par moindres carrés appliquée aux premiers exemples numériques avec des mesures virtuelles simulées, afin d'évaluer les incertitudes liées à l'identification. La première partie de l'étude décrit le modèle éléments finis de la plaque intégrant un patch piézoélectrique, ainsi que l'analyse modale permettant d'en déterminer les modes propres. La seconde partie présente la stratégie de recalage du modèle dans un cadre de dialogue *essai/calcul*. Trois stratégies d'identification sont ensuite proposées et validées numériquement. L'ensemble des calculs est réalisé sous FEniCSx [12], qui offre des formulations d'éléments finis mixtes de type HHJ, étendues dans ces travaux au couplage piézoélectrique.

2 Cadre de l'étude

2.1 Plaque mince avec un élément piézoélectrique intégré

Dans cette partie, on modélise le comportement d'une plaque mince de base d'épaisseur h_b intégrant un patch piézoélectrique d'épaisseur h_p positionné entre les cotes h_- et h_+ (Figure 1) en s'appuyant sur une formulation en variables généralisées adaptée à la théorie des plaques minces.

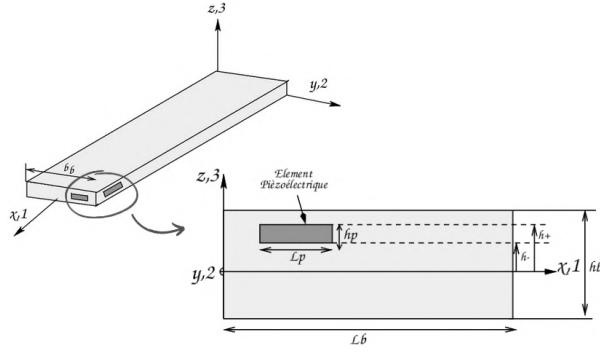


FIGURE 1 – Géométrie de la structure.

Les équations constitutives d'un milieu piézoélectrique linéaire, [4] s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{s}^E : \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{g}^\top \mathbf{D}, \\ \mathbf{E} = -\mathbf{g} : \boldsymbol{\sigma} + \beta^\sigma \mathbf{D}, \end{cases} \quad (1)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ désignent respectivement les tenseurs de déformations et de contraintes, \mathbf{D} la densité de flux électrique, \mathbf{E} le vecteur champ électrique, \mathbf{s}^E le tenseur de souplesse à champ électrique nul, \mathbf{g} le tenseur des coefficients piézoélectriques, et β^σ le tenseur de permittivité inverse à contrainte nulle.

Pour intégrer le patch piézoélectrique dans le modèle de la plaque à une hauteur donnée, il est nécessaire de relier les grandeurs généralisées de la plaque aux grandeurs locales du matériau piézo. Nous choisissons le modèle de Kirchoff-Love pour la plaque. Pour le patch, on adopte l'hypothèse complémentaire suivante : la présence d'électrodes métalliques couvrant entièrement les faces supérieure et inférieure du patch mince conduit à un champ électrique uniforme à travers l'épaisseur, donné par $E_3 = -\frac{V}{h_p}$ (fonctionnement en mode 31), où $V = \phi - \phi_0$ représente la différence de potentiel appliquée entre les électrodes, et nul dans le plan : $E_1 = E_2 = 0$. Dans cette configuration, le vecteur de la densité de flux électrique ne comporte qu'une seule composante non nulle, à savoir D_3 , correspondant à la direction de l'épaisseur du patch. En intégrant les équations (1) sur l'épaisseur du patch et en utilisant la définition du tenseur des moments de flexion $\mathbf{M} = \int_{h_-}^{h_+} \boldsymbol{\sigma} z dz$, on obtient le système couplé en variables généralisées, avec w le déplacement hors plan de la plaque :

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{w} &= -\mathbf{S} : \mathbf{M} + \Theta \mathbf{D}_3, \\ \mathbf{V} &= \Theta : \mathbf{M} + \alpha \mathbf{D}_3. \end{cases} \quad (2)$$

L'opérateur de souplesse \mathbf{S} incorpore la contribution mécanique du patch et varie selon la position :

$$\mathbf{S} = \begin{cases} \mathbf{S}_b = \frac{12}{h_b^3} \mathbf{s}_b^E, & \Omega \setminus \Omega_p, \\ \mathbf{S}_p = \mathbf{S}_b + 4(h_+^3 - h_-^3)(\mathbf{s}_p^E - \mathbf{s}_b^E), & \Omega_p, \end{cases} \quad (3)$$

où \mathbf{s}_b^E , Ω , \mathbf{s}_p^E et Ω_p désignent respectivement la matrice de compliance élastique et le domaine de la plaque de base et ceux du patch piézoélectrique. Le coefficient de couplage Θ , défini uniquement sur Ω_p , s'exprime à partir des constantes piézoélectriques :

$$\Theta = \frac{h_-^2 - h_+^2}{2} \mathbf{g}, \quad \text{sur } \Omega_p, \quad (4)$$

où $\mathbf{g} = \text{diag}(d_{31}/\varepsilon_{33}^\sigma, d_{31}/\varepsilon_{33}^\sigma)$ est le tenseur de couplage piézoélectrique réduit, avec d_{31} le coefficient piézoélectrique transverse et ε_{33}^σ la permittivité selon l'épaisseur à contrainte nulle.

Le coefficient α , également défini sur Ω_p , regroupe les contributions capacitives et mécaniques du patch :

$$\alpha = \mathbf{g} : (\mathbf{S}^{-1} : \mathbf{g}) \left(\frac{3h_p^2}{h_b^3} (h_+ + h_-)^2 - h_p \right) - h_p \beta_{33}^\sigma, \quad \text{sur } \Omega_p \quad (5)$$

2.2 Formulation de Hellan-Herrmann-Johnson pour les plaques minces

L'utilisation d'éléments finis standards pour approcher le champ de déplacement w dans les problèmes de plaques minces conduit à des difficultés numériques bien connues. En effet, la théorie de Kirchhoff-Love exige que le déplacement transversal soit de classe C^1 . Or, les éléments C^0 conventionnels, présentent des dérivées premières potentiellement discontinues aux interfaces inter-éléments, engendrant des dérivées secondes singulières. Ces discontinuités parasites altèrent significativement la précision des calculs, notamment pour les structures minces provoquant ainsi l'apparition du phénomène de verrouillage numérique.

Pour pallier ces difficultés, nous adoptons l'approche de type HHJ [8], qui repose sur une formulation mixte où le champ de moments M est introduit comme variable indépendante et approximé directement au même titre que le déplacement w . Cette stratégie permet d'imposer les relation de comportement au sens faible, sans requérir une régularité C^1 excessive du champ de déplacement. De plus, elle assure une continuité faible naturelle du tenseur des moments à travers les interfaces inter-éléments.

La formulation variationnelle du problème couplé s'écrit alors : trouver $(w, M, D, V) \in \mathcal{W} \times \mathcal{V}_M \times \mathcal{V}_D \times \mathcal{V}$ tel que pour tout $(\delta w, \delta M, \delta D, \delta V) \in \mathcal{W}_0 \times \mathcal{V}_M \times \mathcal{V}_D \times \mathcal{V}_0$:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla \cdot M) \delta w d\Omega = \int_{\Omega} f \delta w d\Omega, \quad (6a)$$

$$\int_{\Omega} \nabla^2 w : \delta M d\Omega = - \int_{\Omega} (S : M) : \delta M d\Omega + \int_{\Omega} \Theta D : \delta M d\Omega, \quad (6b)$$

$$\int_{\Omega} V \delta D d\Omega = \int_{\Omega} (\Theta : M) \delta D d\Omega + \int_{\Omega} \alpha D \delta D d\Omega, \quad (6c)$$

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot D) \delta V d\Omega = 0. \quad (6d)$$

Les espaces \mathcal{W} et \mathcal{V} contiennent les solutions satisfaisant les conditions aux limites essentielles sur w et V , respectivement, tandis que \mathcal{W}_0 et \mathcal{V}_0 désignent les espaces de fonctions test associés. Les espaces \mathcal{V}_M et \mathcal{V}_D sont les espaces fonctionnels du tenseur des moments et du déplacement électrique. La discrétisation par éléments finis HHJ consiste à choisir des fonctions de forme adaptées pour chaque variable. Pour le tenseur des moments M , on utilise des fonctions de forme continues et conformes à la symétrie tensorielle, assurant ainsi la continuité des composantes normales aux interfaces inter-éléments. Le déplacement w est approché par des fonctions de forme C^0 standards, largement suffisantes dans cette formulation mixte. Les variables électriques D et V sont également discrétisées à l'aide de fonctions de forme C^0 classiques.

2.3 Discrétisation et calcul des modes propres

Dans le cadre de l'analyse modale, nous nous intéressons au comportement dynamique libre de la structure. L'assemblage des contributions élémentaires issues de la discrétisation par éléments finis HHJ, appliquée à la formulation variationnelle (6) en configuration non amortie et non forcée, conduit à un système matriciel global de la forme $\mathcal{K}\mathbf{U} = \lambda\mathcal{M}\mathbf{U}$, où \mathcal{K} et \mathcal{M} désignent respectivement les matrices de rigidité et de masse globales, et $\mathbf{U} = (\phi_w, \phi_M, \phi_D, \phi_V)^T$ le vecteur des degrés de liberté nodaux. La valeur propre $\lambda = \omega^2$ représente le carré de la pulsation propre ω . Le problème aux valeurs propres généralisé s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 0 & K_{wM}^T & 0 & 0 \\ K_{wM} & K_{MM} & K_{MD} & 0 \\ 0 & K_{MD}^T & K_{DD} & K_{VD}^T \\ 0 & 0 & K_{VD} & K_{VV} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_w \\ \phi_M \\ \phi_D \\ \phi_V \end{Bmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} M_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_w \\ \phi_M \\ \phi_D \\ \phi_V \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

Les bloc dans la matrice de rigidité proviennent de la discrétisation des formes bilinéaires de la formulation variationnelle, la matrice de masse M_w est associée uniquement aux degrés de liberté du déplacement transversal w , ce qui confère à la matrice de masse globale \mathcal{M} un caractère singulier.

Une approche classique pour résoudre ce système consisterait à effectuer une condensation statique des variables internes (M, D, V) afin de se ramener à un problème réduit sur les seuls degrés de liberté en

déplacement w . Par élimination algébrique successive, cela conduirait à une matrice de rigidité effective de la forme :

$$K_{\text{eff}} = -K_{wM}^T \left(K_{MM} + K_{MD} (K_{DD} + K_{VD}^T K_{VV}^{-1} K_{VD})^{-1} K_{MD}^T \right)^{-1} K_{wM}, \quad (8)$$

et le problème aux valeurs propres se ramènerait alors à : $K_{\text{eff}} \phi_w = \lambda M_w \phi_w$.

Toutefois, cette condensation statique explicite nécessite l'assemblage complet de K_{eff} , ce qui implique de multiples inversions matricielles coûteuses, et peut engendrer des erreurs numériques d'arrondis lors de ces opérations successives. Pour éviter ces difficultés, nous adoptons une approche alternative basée sur un algorithme des puissances inverses itérées [9] adapté aux systèmes singuliers. Cet algorithme se décompose en plusieurs étapes successives pour l'extraction du premier mode propre :

Étape 1 – Itération de puissance : À chaque itération k , on résout le système linéaire :

$$\mathcal{K} \mathbf{U}^{(k)} = \mathcal{M} \mathbf{U}^{(k-1)}, \quad (9)$$

où \mathcal{K} et \mathcal{M} sont les matrices originales par blocs de l'équation (7). La résolution de ce système à chaque itération réalise implicitement une condensation naturelle des variables internes (M, D, V). Cette condensation naturelle, effectuée à chaque itération par le solveur linéaire, permet de travailler exclusivement sur les degrés de liberté du déplacement w , qui sont les seuls à posséder une inertie non nulle (matrice M_w).

Étape 2 – Normalisation : On normalise les degrés de liberté du déplacement $\phi_w^{(k)}$ par rapport à la matrice de masse M_w pour éviter la divergence numérique de l'algorithme :

$$\phi_w^{(k)} \leftarrow \frac{\phi_w^{(k)}}{\sqrt{\phi_w^{(k)\top} M_w \phi_w^{(k)}}}. \quad (10)$$

Cette normalisation sur les seuls degrés de liberté en w est justifiée par la condensation naturelle réalisée lors de l'étape 1.

Étape 3 – Convergence : Les étapes 1 et 2 sont répétées jusqu'à convergence et la valeur propre λ_i est alors estimée par le quotient de Rayleigh.

Étape 4 – Déflation (pour les modes suivants) : Après convergence vers le mode i , le vecteur itéré à l'itération k du mode suivant est orthogonalisé par rapport aux modes déjà calculés selon :

$$\phi_w^{(k)} \leftarrow \phi_w^{(k)} - \sum_{j=1}^{i-1} \left(\phi_w^{(k)\top} M_w \phi_w^{(j)} \right) \phi_w^{(j)}. \quad (11)$$

Cette approche itérative présente plusieurs avantages par rapport à une condensation statique explicite. D'une part, elle évite le calcul coûteux de la matrice K_{eff} et les problèmes numériques associés aux inversions matricielles multiples. D'autre part, la condensation naturelle réalisée à chaque itération exploite directement la structure creuse des matrices \mathcal{K} et \mathcal{M} , permettant l'utilisation de solveurs linéaires performants. Une étude comparative (Figure 2) illustre ce gain d'efficacité : pour une plaque mince homogène avec un maillage fin, l'algorithme des puissances inverses nécessite environ six fois moins de temps de calcul qu'une approche par condensation statique explicite suivie d'une résolution directe. Cette réduction du coût computationnel, associée à une meilleure stabilité numérique, confirme l'efficacité de l'algorithme choisi, surtout dans un cadre de dialogue essai/calcul et d'une approche d'identification de paramètres par méthode inverse.

2.4 Exemple d'application

La validation numérique de la méthode proposée s'appuie sur l'analyse d'une structure constituée d'une plaque rectangulaire en aluminium et d'un élément piézoélectrique intégré. La plaque présente les dimensions géométriques suivantes : longueur $l_b = 500$ mm, largeur $b_b = 100$ mm et épaisseur $h_b = 10$ mm. Le patch piézoélectrique PZT-5H, adopte une forme rectangulaire de dimensions $l_p = 100$ mm et $b_p = 20$ mm, avec une épaisseur $h_p = 1$ mm. Ce patch est incorporé dans la structure en épaisseur entre $h_- = \frac{h_b}{10}$ et $h_+ = \frac{h_b}{5}$. L'aluminium a été retenu comme structure hôte pour des raisons de simplicité. Les structures futures utiliseront naturellement des matériaux composites à la place. Les caractéristiques

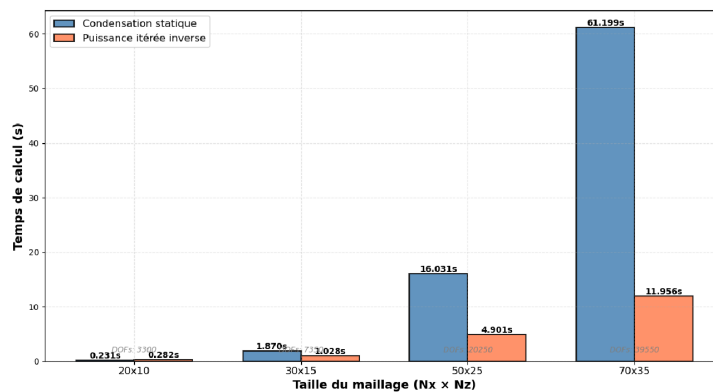


FIGURE 2 – Comparaison des temps de calcul entre l’algorithme des puissances inverses et l’approche par condensation statique explicite pour une plaque mince homogène.

mécaniques de l’aluminium ainsi que les propriétés électromécaniques couplées du matériau piézoélectrique sont récapitulées dans le Tableau 1. Du point de vue des conditions aux limites; un encastrement mécanique appliqué sur l’un des bords de la plaque, les trois autres bords sont libres, une tension $V = \phi - \phi_0 = 50V$ est imposée entre les électrodes supérieure et inférieure du patch piézoélectrique, tandis que l’électrode inférieure est reliée à la masse ($\phi_0 = 0$). Une étude modale est réalisée à l’aide de l’algorithme des puissances itérées, illustré dans la Figure 3.

TABLE 1 – Propriétés des matériaux.

Propriété	Aluminium (plaque)	PZT-5H (patch)
Module de Young (GPa)	$E_b = 69$	$E_p = 70$
Coefficient de Poisson	$\nu_b = 0.33$	$\nu_p = 0.31$
Densité (kg/m ³)	$\rho_b = 2700$	$\rho_p = 7860$
Coeff. piézo d_{31} (pC/N)	–	–247
Permittivité $\epsilon_{33}^\sigma/\epsilon_0$	–	3400

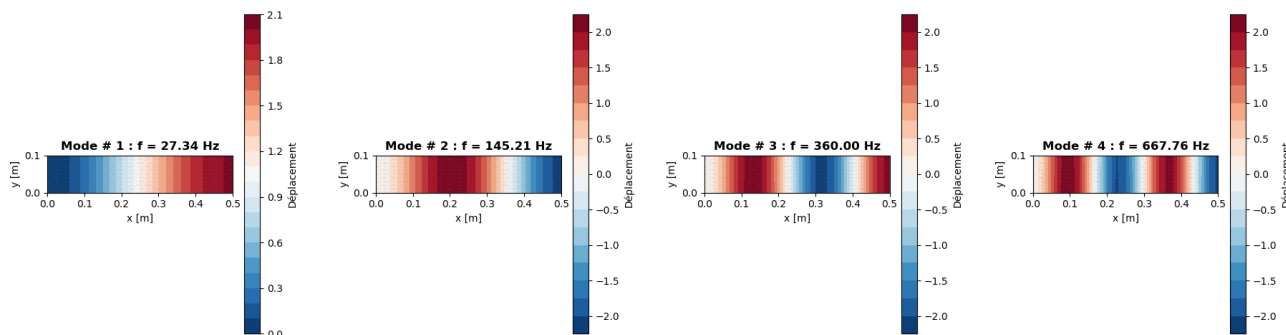


FIGURE 3 – Déformées modales de la plaque étudiée.

3 Identification par dialogue essai/calcul

Une fois le modèle éléments finis établi, l’identification des paramètres physiques et géométriques du système réel se base sur un dialogue itératif entre essais expérimentaux et calculs numériques. Cette section propose trois stratégies d’identification par moindres carrés reposant sur différentes observables et décrit les outils d’analyse de sensibilité permettant d’orienter le choix de la méthode la plus pertinente.

3.1 Stratégies d'identification proposées

Le problème d'identification consiste à déterminer le vecteur de paramètres $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ qui caractérisent le patch piézoélectrique, minimisant une fonction coût $J(\mathbf{p})$ qui mesure l'écart entre les données expérimentales et les prédictions numériques. Trois stratégies sont proposées, fondées sur des observables de nature différente.

3.1.1 Stratégie 1 : Identification à partir des fréquences propres

La première stratégie repose sur la mesure des fréquences de résonance de la structure. Dans le cas où N_m fréquences expérimentales sont mesurées, la fonction coût s'écrit :

$$J_{\text{freq}}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{N_m} (f_i^{\text{exp}} - f_i^{\text{num}}(\mathbf{p}))^2, \quad (12)$$

où f_i^{exp} désigne la i -ème fréquence propre mesurée expérimentalement et $f_i^{\text{num}}(\mathbf{p})$ sa prédiction numérique pour le jeu de paramètres \mathbf{p} .

3.1.2 Stratégie 2 : Identification à partir des FRF en configuration capteur

La deuxième stratégie exploite les fonctions de réponse en fréquence (FRF) obtenues lorsque la structure est sollicitée mécaniquement et que la mesure est effectuée sur le déplacement. Une excitation mécanique $\mathbf{F}(\omega)$ est appliquée en un point de la surface supérieure de la plaque, et le déplacement $\mathbf{w}(\omega)$ est mesuré en un autre point de cette même surface. Dans cette configuration, le patch piézoélectrique agit comme un capteur. La fonction coût s'écrit :

$$J_{\text{FRF,meca}}(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{N_f} \left| \mathbf{H}_j^{\text{exp}}(\omega_i) - \mathbf{H}_j^{\text{num}}(\omega_i, \mathbf{p}) \right|^2, \quad (13)$$

où $\mathbf{H}_j^{\text{exp}}(\omega_i) = \frac{\mathbf{w}(\omega)}{\mathbf{F}(\omega)}$ représente la FRF mesurée au point j à la fréquence ω_i , $\mathbf{H}_j^{\text{num}}(\omega_i, \mathbf{p})$ sa prédiction numérique, N_p le nombre de points de mesure, N_f le nombre de fréquences considérées.

3.1.3 Stratégie 3 : Identification à partir des FRF en configuration actionneur

La troisième stratégie inverse le rôle du patch piézoélectrique en l'utilisant comme actionneur. Une tension électrique $\phi(\omega)$ est appliquée aux bornes des électrodes du patch, et le déplacement induit $\mathbf{w}(\omega)$ est mesuré en un ou plusieurs points de la structure. La fonction coût s'écrit de manière similaire à (13).

Le problème d'identification revient alors à la minimisation de la fonction coût choisie :

$$\mathbf{p}^* = \underset{\mathbf{p} \in \mathcal{P}}{\operatorname{argmin}} J(\mathbf{p}), \quad (14)$$

où \mathcal{P} désigne l'espace admissible des paramètres.

3.2 Analyse de sensibilité par la méthode de Morris

Le choix de la stratégie d'identification la plus pertinente nécessite une analyse préalable de la sensibilité de chaque fonction coût aux différents paramètres à identifier. La méthode de Morris [10] offre une approche économique en nombre d'évaluations pour quantifier l'influence des paramètres d'entrée sur une sortie donnée. Cette méthode repose sur le calcul d'effets élémentaires obtenus par variation successive des paramètres selon un plan d'échantillonnage structuré. Les paramètres considérés sont :

$$\mathbf{p} = \{\rho_p, E_p, d_{31}, \epsilon_{33}\}$$

où ρ_p est la densité, E_p le module de Young, d_{31} le coefficient piézoélectrique transverse, et ϵ_{33} la permittivité selon l'épaisseur du patch.

Les résultats obtenus (Figure 4) révèlent des différences marquées selon la configuration :

- d_{31} et ϵ_{33} ont une influence plus importante sur la réponse électromécanique (FRF en configuration actionneur),
- E_p et ρ_p contrôlent principalement la réponse mécanique (fréquences propres et FRF mécanique).

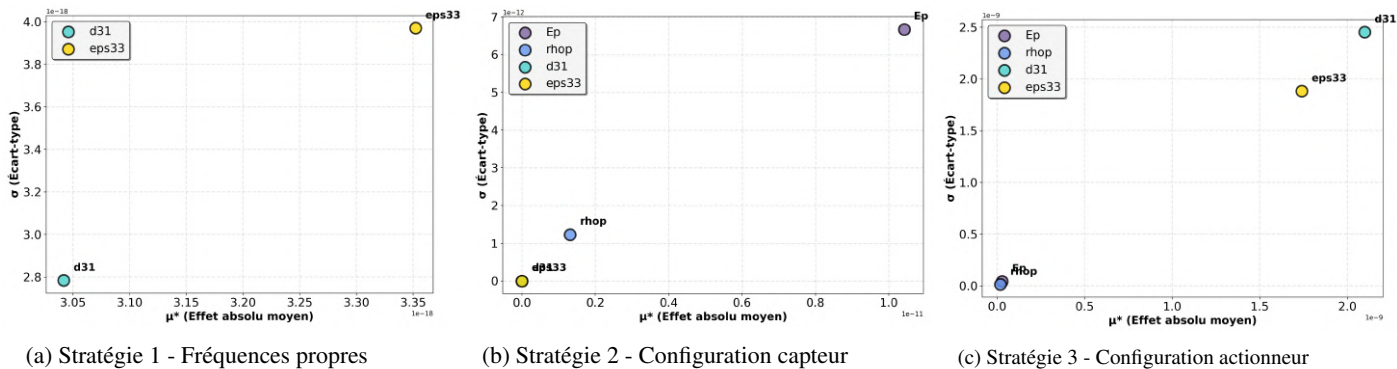


FIGURE 4 – Analyse de sensibilité par la méthode de Morris pour les trois stratégies d’identification.

3.3 Construction et analyse de la fonction coût

Le choix correspondant à l’utilisation de la stratégie 3 (FRF en configuration actionneur), se justifie par le fait que, parmi les trois stratégies considérées, la réponse FRF en configuration actionneur est la plus sensible aux paramètres piézoélectriques, offrant ainsi une meilleure observabilité pour leur identification. Pour valider la procédure d’identification, un modèle de référence a été construit avec des paramètres nominaux donnés dans le tableau (1). Ce modèle génère des réponses FRF synthétiques qui servent de « mesures virtuelles » pour tester l’algorithme d’optimisation sur une plage de fréquence.

3.3.1 Sans perturbations de mesure

Les Figures 6 présentent l’évolution de la fonction coût en faisant varier chacun des paramètres, les autres étant fixés à leurs valeurs de référence.

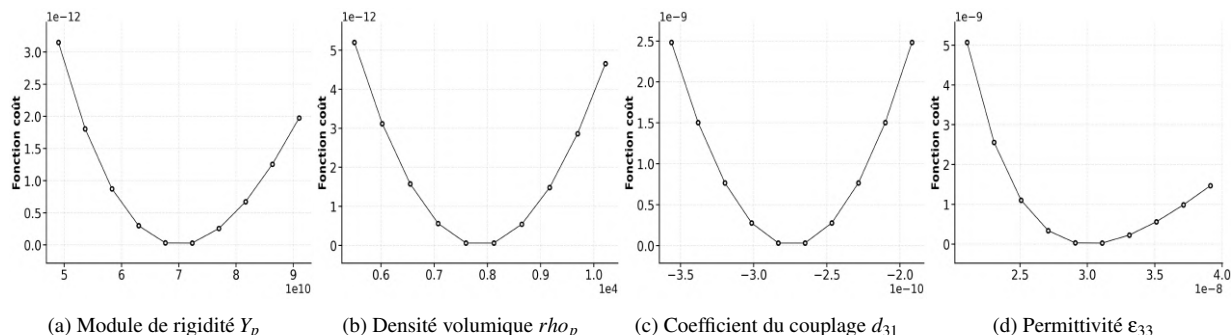


FIGURE 5 – Évolution de la fonction coût en fonction des paramètres recherchés - sans perturbations.

On observe que les fonctions sont convexes et présentent des minimums bien définis, coïncidant avec les valeurs de référence utilisées pour générer les mesures virtuelles (voir Tableau 1).

3.3.2 Avec des perturbations de mesure

Pour tester la robustesse de la méthode, on évalue la fonction coût pour des mesures perturbées à différents niveaux. On remarque dans la Figure 6 que le minimum de la fonction coût change peu les paramètres piézoélectriques d_{31} et ϵ_{33} , ce qui confirme la sensibilité identifiée par l’analyse de Morris et la pertinence de la configuration actionneur pour leur identification. Pour les paramètres mécaniques (E_p et ρ_p), les perturbations entraînent des variations plus importantes de la fonction coût. Cela était attendu, puisque leur influence est moindre sur la stratégie choisie ; ces paramètres peuvent cependant être identifiés plus efficacement via d’autres stratégies (à partir des fréquences propres ou de la FRF mécanique). Ces résultats soulignent l’intérêt de la méthode proposée pour l’identification fiable des paramètres piézoélectriques dans des structures embarquées, même en présence de bruit ou d’incertitudes sur les mesures.

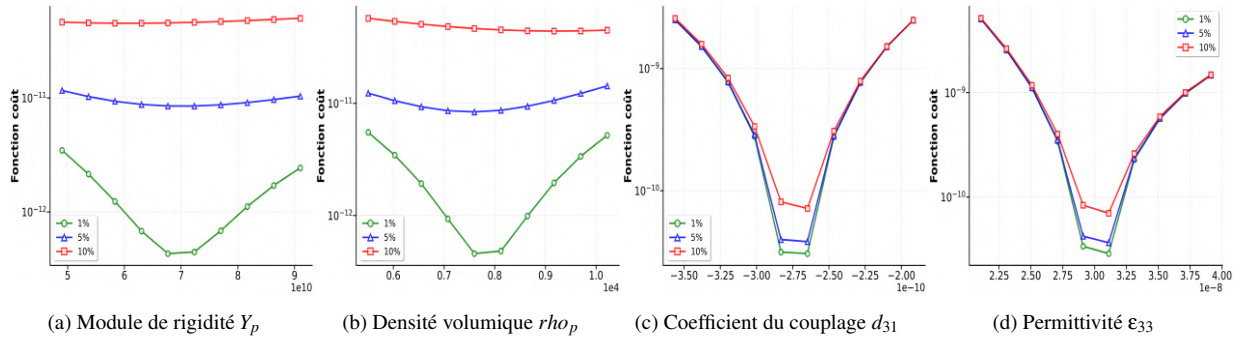


FIGURE 6 – Évolution de la fonction coût pour différents niveaux de perturbations.

4 Conclusion

Une formulation éléments finis mixte de type Hellan–Herrmann–Johnson a été développée pour modéliser avec précision le comportement multiphysique de plaques minces intégrant des patches piézo-électriques. Couplée à une procédure d’identification expérimentale basée sur les FRF, cette approche permet d’estimer de façon robuste les paramètres piézoélectriques effectifs. L’analyse de sensibilité de Morris a confirmé la pertinence de la configuration actionneur pour le recalage du modèle. Les résultats démontrent la fiabilité et la robustesse de la méthode, ouvrant la voie à la conception optimisée de métacomposites adaptatifs.

Références

- [1] S. Yuan, A. L. Chen, Y. Cao, X. Zhang, B. Zhu, Y.-S. Wang. *Active Piezoelectric Metamaterials With Model-Free Controller for Large Low-Frequency Vibration Attenuation*, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, IEEE, 2024.
- [2] Meyer, Y., Lachat, R., Akhras, G. (2019). *A review of manufacturing techniques of smart composite structures with embedded bulk piezoelectric transducers*. *Smart Materials and Structures*, 28(5), 053001.
- [3] Zhang, S. Q., Zhao, G. Z., Rao, M. N., Schmidt, R., Yu, Y. J. (2019). *A review on modeling techniques of piezoelectric integrated plates and shells*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 30(8), 1133-1155.
- [4] R. Lerch. *Simulation of piezoelectric devices by two-and three-dimensional finite elements*, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE, 233-247, 1990.
- [5] A. Benjeddou. *Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements : a survey*, Computers & Structures, Elsevier, 347-363, 2000.
- [6] S. Shin, B. Zamorano, and N. Elvin, “Comparison of the electromechanical properties of embedded and surface-mounted piezoelectric transducers,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 27, no. 20, pp. 2837–2850, 2016.
- [7] M. A. Trindade, “Applications of piezoelectric sensors and actuators for active and passive vibration control,” *Shock and Vibration Digest*, vol. 40, no. 2, pp. 91–126, 2008.
- [8] D. N. Arnold, S. W. Walker. *The Hellan–Herrmann–Johnson method with curved elements*, SIAM Journal on Numerical Analysis, SIAM, 2829-2855, 2020.
- [9] A. Godichon-Baggioni, “Analyse Numérique Matricielle – Méthode de la puissance itérée,” Notes de cours, Sorbonne Université, 2024.
- [10] Herman, J. D., Kollat, J. B., Reed, P. M., and Wagener, T. (2013), *Method of Morris effectively reduces the computational demands of global sensitivity analysis for distributed watershed models.*, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17, 2893–2903.
- [11] J. N. Reddy, *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*, CRC Press, Taylor & Francis, 2nd ed., 2007.
- [12] A. Logg, K.-A. Mardal, and G. Wells, Eds., *Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method : The FEniCS Book*, vol. 84 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012.