

# Simulation HPC 3D hydro-mécanique pour un croisement en T de galeries profondes.

A. C. Ordonez Egas<sup>1</sup>, F. Escoffier<sup>1</sup>, S. Granet<sup>1</sup>, S. Raude<sup>1</sup>

<sup>1</sup> EDF R&D, Saclay, (ana-clara.ordonez-egas@edf.fr, florian.escoffier@edf.fr, sylvie.granet@edf.fr, simon.raude@edf.fr),

**Résumé** — Une simulation 3D d'un croisement en T de galeries d'un stockage géologique profond implanté dans une roche argileuse a été réalisée avec code\_aster. Elle intègre une loi viscoplastique non linéaire (CSRМ) dans un cadre couplé hydro-mécanique. Le calcul, mené sur plus de 150 ans avec un maillage atteignant 72 millions de degrés de liberté, a été effectué en 9h dans un environnement HPC. Les résultats valident la robustesse de la loi CSRМ, la scalabilité du solveur itératif proposé et montrent ainsi la faisabilité d'études de cette ampleur.

**Mots clés** — Multiphysique, Préconditionnement, Poromécanique, Eléments Finis, HPC.

## 1 Introduction

### 1.1 Contexte

Le futur centre de stockage géologique profond de Cigéo comprendra plus de 300 intersections de galeries revêtues, dont la structure est majoritairement en forme de T, avec quelques intersections en forme de X. Il est donc capital de pouvoir dimensionner les « carrures », c'est-à-dire les zones de revêtement au niveau du croisement de ces galeries. L'optimisation de l'épaisseur de ces carrures représente un véritable enjeu, tant d'un point de vue économique que de la sûreté, et nécessite des outils de modélisation adaptés. Des modélisations 3D sont nécessaires à la bonne représentation de la problématique et doivent inclure des lois de comportement non linéaires complexes pour décrire la réponse mécanique de l'argilite (roche hôte destinée à accueillir et confiner les colis de déchets radioactifs). De nombreux développements ont été réalisés ces dernières années dans code\_aster, le code éléments finis open source et massivement parallèle, développé par EDF R&D [1] afin de relever ce défi numérique. D'une part, des solveurs spécifiques au calcul HPC et dédiés aux problèmes hydro-mécaniques ont été implémentés [2, 3]. D'autre part, la loi de comportement mécanique dédiée à la modélisation de l'argilite (LKR [4]) a été reformulée (CSRМ pour Critical State Rock Model [5]) afin de gagner en robustesse. Avant de pouvoir réaliser des études de sensibilité et d'optimisation, il est nécessaire de démontrer la faisabilité de ces études de croisement de galeries en bénéficiant de ces différents outils. L'objectif est de montrer la faisabilité, avec code\_aster et une loi de comportement non linéaire représentative, d'une simulation 3D d'un croisement en T d'une galerie d'accès et d'une recoupe technique.

### 1.2 Équations et modèle

Nous nous concentrons sur un milieu poreux isotrope et saturé en eau (écoulement monophasique). Il est représenté comme une structure solide avec des pores remplis de fluide. Le modèle hydro-mécanique (HM) se base sur les équations classiques de conservation [6] [7] qui sont au nombre de deux puisque le milieu est saturé : l'équation d'équilibre mécanique et la conservation de la masse d'eau.

Soit  $\Omega$  le domaine de dimension  $d$ , avec  $d=3$ , et  $t_f$  le temps final de la simulation. Le système couplé est défini  $\forall x \in \Omega$  et  $\forall t > 0 \in [0, t_f]$  par 2 inconnues primaires : le champ de déplacement vectoriel  $\underline{u}(x, t)$  et le champ de pression du fluide  $p(x, t)$ .

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{u})) + b\nabla p &= \underline{f}^e && \text{dans } \Omega \times (0, t_f) \\ -\operatorname{div}(\rho_f \lambda_H \nabla p) + \rho_f (\operatorname{div}(\underline{\dot{u}}) + \frac{\phi}{K_l} \dot{p}) &= 0 && \text{dans } \Omega \times (0, t_f) \end{aligned}$$

avec  $\underline{\underline{\sigma}}'$  le tenseur de contrainte effective,  $\phi$  la porosité,  $K_l$  sa compressivité et  $\rho_f$  sa densité.  $\lambda_H$  désigne la transmissivité en eau du milieu et  $b$  le coefficient de Biot.

La loi de comportement mécanique retenue pour la roche est la loi élasto-viscoplastique CSRM (Critical State Rock Model) [5] que nous ne détaillons pas ici mais qui combine les comportements plastique et visco-plastique dans le cadre des matériaux standards généralisés. Cette loi est à même de reproduire le caractère adoucissant du matériau. Les matériaux de revêtement, béton et matériau compressibles, sont quant à eux modélisés par une loi élastique.

La frontière de  $\Omega$  est notée  $\partial\Omega$  et quatre partitions différentes sont nécessaires pour définir les conditions aux limites.

$$\begin{aligned}\partial\Omega &= \partial\Omega^u \cup \partial\Omega^t \text{ avec } \partial\Omega^u \cap \partial\Omega^t = \emptyset \\ \partial\Omega &= \partial\Omega^p \cup \partial\Omega^q \text{ avec } \partial\Omega^p \cap \partial\Omega^q = \emptyset\end{aligned}$$

Nous pouvons appliquer des conditions aux limites de Dirichlet pour le déplacement et la pression. Les conditions aux limites de Neumann pour le déplacement  $\underline{u}$  suivent la contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}'$  et celles pour la pression  $p$  suivent le flux du fluide  $q$ . Nous avons donc, respectivement, les conditions aux limites telles que :

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\sigma}}'(\underline{u}) \cdot \underline{n} &= \underline{t}^e && \text{sur } \partial\Omega^t \times (0, t_f) \\ -\lambda_H \nabla p \cdot \underline{n} &= q^e && \text{sur } \partial\Omega^q \times (0, t_f) \\ \underline{u} &= \underline{u}^e && \text{sur } \partial\Omega^u \times (0, t_f) \\ p &= p^e && \text{sur } \partial\Omega^p \times (0, t_f) \\ \underline{u}(x, 0) &= \underline{u}_0 && \forall x \in \Omega \\ p(x, 0) &= p_0 && \forall x \in \Omega\end{aligned}$$

Le système est linéarisé par la méthode de Newton. La discrétisation temporelle est effectuée par une méthode d'Euler implicite, et la discrétisation spatiale par la méthode des éléments finis de Lagrange P2-P1. Cela se traduit par l'utilisation d'éléments quadratiques pour interpoler le déplacement et d'éléments linéaires pour interpoler la pression. Le système linéarisé se présente sous la forme suivante :

$$A = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}}_{uu} & \underline{\underline{A}}_{up} \\ \underline{\underline{A}}_{pu} & \underline{\underline{A}}_{pp} \end{bmatrix}.$$

La matrice  $A$  n'est pas symétrique en raison du choix des paramètres du modèle, néanmoins ses blocs diagonaux  $\underline{\underline{A}}_{uu}$  et  $\underline{\underline{A}}_{pp}$  le sont.

## 2 Méthodologie

### 2.1 Description de la Géométrie

La géométrie considérée est un croisement de deux galeries (une descendrière et une recoupe technique) en forme de « T », comme on peut le voir sur la Figure 1. Par souci de simplification, l'inclinaison des deux galeries est prise nulle. Chacune de ces galeries est constituée d'une épaisseur de matériau compressible, d'une épaisseur de béton et d'un radier. Au niveau de l'intersection, une surépaisseur est ajoutée pour renforcer la structure. Afin de prendre en compte l'influence de l'environnement, les galeries sont intégrées dans un massif rocheux. Les données d'entrées de la géométrie du croisement de galeries sont prises d'un ordre de grandeur réaliste par rapport à ce que pourrait être un ouvrage réel. Le diamètre utile des deux galeries est de 8,6 m. Le volume du massif rocheux considéré a une hauteur de 100 m pour 80 m de longueur (galerie principale) et 60 m de largeur. Les paramètres du modèle HM sont également pris d'un ordre de grandeur réaliste, ils sont compilés dans la Table 1.

Deux maillages tétraédriques ont été créés avec des niveaux de raffinement croissants. Les maillages comportent tous les éléments nécessaires pour chaque phase de l'étude et on contrôle les éléments du maillage inclus dans une phase à travers les groupes mailles. Le maillage v1, 20 millions d'éléments et 72 millions de degrés de liberté (ddl), affine les zones compressibles et les voussoirs. Enfin, le v2 ,35,5

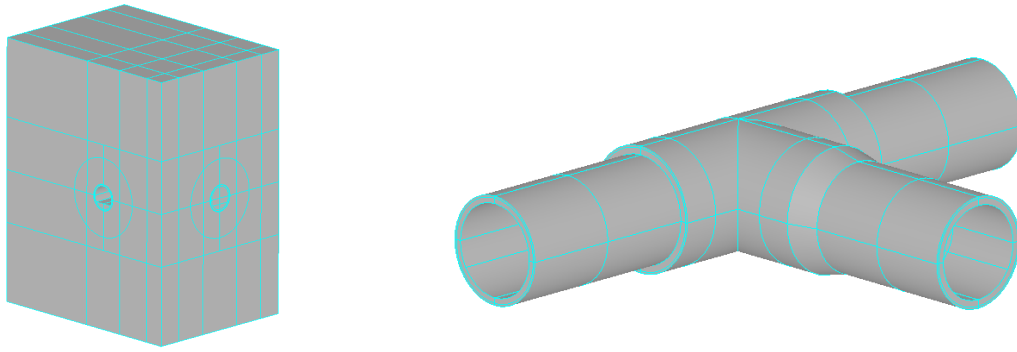


FIGURE 1 – Géométrie 3D du croisement en T des galeries

millions d'éléments et 134 millions de ddl, propose un raffinement encore plus fin, notamment dans l'EDZ (Excavation Damaged Zone, zone endommagée par l'excavation à proximité de la paroi). Les déplacements orthogonaux aux faces concernées sont bloqués sur les côtés et sur la face inférieure du massif de même que les flux d'eau. La galerie principale et la recoupe sont simulées pour être creusées à une profondeur de -500 m. De ce fait, un état initial en contrainte correspondant à l'état de compression induit par la gravité est pris en compte. La pression de liquide est également prise en compte selon la profondeur. L'état de contrainte initiale est anisotrope : la galerie principale (parallèle à l'axe y) est orientée selon la contrainte horizontale mineure,  $\sigma_h$ , et la recoupe est donc orientée selon la contrainte horizontale majeure,  $\sigma_H$  [8].

TABLE 1 – Valeurs des paramètres

Paramètre	Valeur			Unité
	Argilite	Matériau compressible	Béton	
$b$	0.6	1	1	-
$\phi$	0.19	0.19	0.19	-
$\rho_f$	1000	1000	1000	$kg.m^{-3}$
$\lambda_H$	$4.10^{-18}$	$1.10^{-14}$	$1.10^{-14}$	$Pa^{-1}.m^2.s^{-1}$
$K_l$	$2.10^9$	$2.10^9$	$2.10^9$	$Pa$

## 2.2 Phasage de l'étude

Afin de tester la faisabilité des calculs, un phasage relativement simplifié a été mis en place pour représenter la vie de l'ouvrage :

- Phase 0 : calcul d'équilibre avec prise en compte de l'état initial du massif et de la gravité ;
- Phase 1 : creusement des deux galeries simultanément par déconfinement progressif des efforts en bord de galerie (méthode convergence-confinement [9]) en 90 jours avec un taux de déconfinement de 85 % (selon [8]) ;
- Phase 2 : mise en place successive du matériau compressible et des voussoirs en béton, mais de manière instantanée au niveau des deux galeries, puis déconfinement total ;
- Phase 3 : période d'attente pour consolidation d'un an ;
- Phase 4 : mise en place instantanée des radiers dans les deux galeries ;
- Phase 5 : période d'attente pour consolidation de 150 ans.

Ce phasage est dit simplifié car les deux galeries sont creusées simultanément et les matériaux compressibles ainsi que les voussoirs en béton sont également installés simultanément dans les deux galeries.

## 2.3 Solveurs

Après une linéarisation du système à travers la méthode de Newton, la résolution d'un système linéaire est nécessaire. Pour résoudre ce système linéaire, il existe des méthodes directes ou itératives. Les méthodes directes sont privilégiées principalement pour leur précision et leur robustesse. Elles sont basées sur la factorisation du système linéaire et requièrent une quantité considérable de ressources en temps et en mémoire. Leur efficacité diminue dès que la taille du système augmente.

Pour les problèmes inférieurs à 10 millions de ddl, le solveur par défaut utilisé est une méthode itérative FGMRES préconditionnée par une factorisation en simple précision du solveur direct MUMPS. Dans le cas des problèmes hydro-mécaniques 3D, la taille du système peut atteindre des centaines de millions d'inconnues, une différence importante dans les ordres de grandeur des variables, et des inconnues fortement couplées. Le recours à des méthodes itératives sur mesure est nécessaire lorsque le système dépasse les 10 millions de ddl. Elles requièrent moins d'espace et seront plus rapides dans ce cas. Néanmoins les équations en jeu nécessitent une analyse spécifique.

Le préconditionneur  $P_{LGS}$ , basé sur des méthodes multigrilles, a été spécifiquement développé au sein d'EDF R&D pour ce type de problèmes [2]. Le solveur repose sur la méthode itérative FGMRES préconditionnée par  $P_{LGS}$ , où l'application se fait à travers :

$$P_{LGS} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{uu} & 0 \\ \mathbf{A}_{pu} & \mathbf{A}_{pp} \end{bmatrix}, P_{LGS}^{-1} \approx \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{pp}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -\mathbf{A}_{pu} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{uu}^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

Où  $\mathbf{A}_{uu}^{-1}$  et  $\mathbf{A}_{pp}^{-1}$  sont approchés par une méthode FGMRES préconditionnée par un cycle en V de BoomerAMG avec un coarsening HMIS. BommerAMG est une méthode multigrille algébrique de la librairie Hypre[10]. Une tolérance relative de  $10^{-6}$  est utilisée comme critère d'arrêt pour la méthode de Newton ainsi que pour FGMRES externe. Dix itérations de FGMRES sont utilisées pour approximer  $\mathbf{A}_{uu}^{-1}$  et trois pour approximer  $\mathbf{A}_{pp}^{-1}$ . Le choix des méthodes et des critères d'arrêt sont ceux utilisés par défaut dans l'étude de scalabilité réalisé pour  $P_{LGS}$  en [2]. Les blocs  $\mathbf{A}_{uu}^{-1}$  et  $\mathbf{A}_{pp}^{-1}$  étant symétriques une méthode adaptée aux systèmes symétriques pourrait être utilisée. Par ailleurs, leur préconditionnement demeurant constant d'une itération à l'autre, le recours à une méthode flexible n'est pas nécessaire.

## 3 Résultats

Les simulations ont été lancées avec code\_aster. Le partitionnement du maillage est réalisé dans code\_aster avec le partitionneur PTSCOTCH. Nous présentons les résultats pour le maillage v1 à 72 millions de ddl avec la loi non linéaire CSRM ainsi qu'une étude de scalabilité forte. Pour le maillage v2 à 134 millions de ddl, le calcul n'a pas abouti avec la loi de comportement CSRM. Néanmoins, afin de tester la méthodologie ainsi que la robustesse du solveur, une étude de scalabilité forte pour le maillage v2 avec une loi élastique est réalisée. Il est important de noter qu'à ce stade, cette étude a pour principal objectif de montrer la faisabilité de tels calculs.

Ces derniers ont été lancés sur le cluster Cronos d'EDF R&D, il est composé de plus de 1800 nœuds, équipés de deux processeurs Xeon Platinum 8260 24C à 2,4 GHz, comportant chacun 24 cœurs. Deux partitions de nœuds sont utilisés, les nœuds "cn" dotés de 384 Go de mémoire RAM et les nœuds "bm" dotés de 768 Go de mémoire RAM.

### 3.1 Maillage v1 - simulation à 72 millions de ddl

Pour cette simulation à 72 millions de ddl (maillage v1), différentes configurations ont dû être testées afin d'obtenir la convergence ; sept d'entre elles ont convergé. La configuration retenue consiste à distribuer sur 400 processeurs MPI, répartis sous 20 nœuds cn avec le solveur linéaire  $P_{LGS}$ . La durée totale d'exécution est de 9h49 pour 176 pas de temps dont 150 pendant la phase 5.

A titre indicatif, les isovaleurs des contraintes principales majeures obtenues en fin de calcul sont en Figure 2 selon deux angles de vue différents afin d'en simplifier la lecture. Ces isovaleurs sont ici présentées uniquement dans les revêtements, qui sont in fine les grandeurs d'intérêt, sur différents plans de coupe placés plus ou moins près de l'intersection et au niveau de chaque galerie.

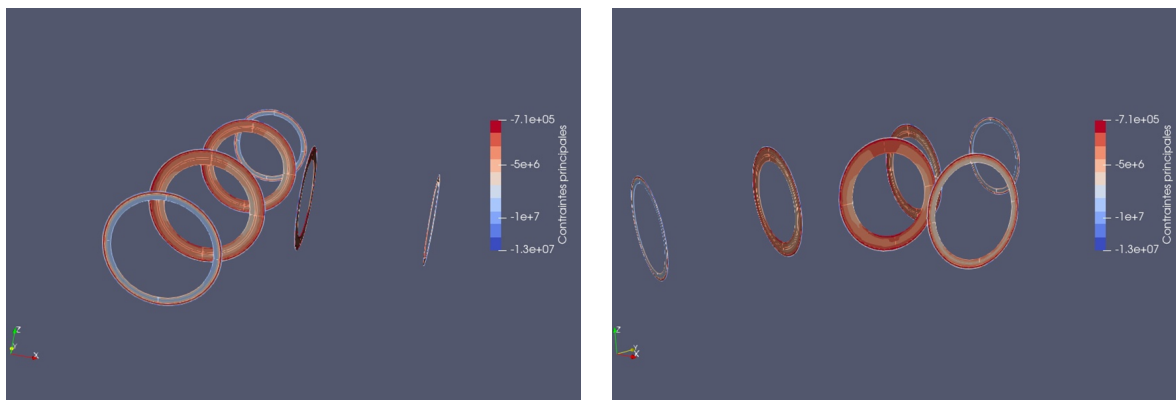


FIGURE 2 – Isovaleurs des contraintes principales majeures au bout de 150 ans de consolidation selon deux angles de vue différents ; maillage v1

### 3.2 Diagnostic HPC

Pour le maillage v1, une première configuration sur 400 processus répartis sur dix nœuds cn a échoué en raison d'un manque de mémoire. Les 14 configurations testées utilisent donc plus de dix nœuds cn et vont de 120 à 740 processus ; elles sont compilées dans la Table 2. Les configurations qui n'ont pas convergé sont en gris clair avec en remarque la phase où la simulation s'est arrêté. L'analyse des sept configurations qui n'ont pas convergé a permis de mettre en évidence deux erreurs distinctes :

- La première au niveau de la quatrième phase de calcul au moment de l'intégration de la loi de comportement CSRM,
- La deuxième pendant la phase 0 du calcul au moment de l'affectation du modèle. Cette deuxième erreur n'apparaît que pour les deux plus grandes configurations de 620 et 740 processus.

Les sept configurations qui ont convergé vont de 160 à 500 processus. Ces configurations ont nécessité 20 nœuds cn représentant 7 500 Go de mémoire. Étant donné que le nombre de ddl est fixé, une analyse de scalabilité forte est réalisée sur les configurations plus pertinentes.

TABLE 2 – Configurations testées pour v1

Nœuds	Procs	Partition	Remarque
20	120	cn	Phase 4
20	160	cn	19 h 36 min
20	200	cn	Phase 4
20	240	cn	13 h 51 min
20	320	cn	10 h 50 min
20	360	cn	10 h 8 min
15	390	cn	Phase 4
20	400	cn	9 h 49 min
12	480	bm	Phase 4
20	480	cn	9 h 27 min
20	500	cn	9 h 6 min
20	520	cn	Phase 4
20	620	cn	Phase 0
19	740	cn	Phase 0

Pour le maillage v2, 18 configurations ont été testé et ont échoué. Dans la mesure où le calcul v1 a nécessité 7 500 Go de mémoire, les configurations pour le v2 (134 millions de ddl) vont de 12 nœuds bm à 32 nœuds bm. Le nombre de processus varie de 120 à 960. Les deux mêmes erreurs rencontrées pour le maillage v1 sont également présentes ici. Pour les configurations avec moins de 600 processus, c'est la première erreur d'intégration de la loi CSRM qui survient, également pendant la quatrième phase du calcul. Et pour les configurations de 600 processus ou plus, c'est la deuxième erreur qui survient,

également pendant la phase 0 du calcul au moment de l'affectation du modèle.

Lors de simulations utilisant le modèle de comportement CSRM sur les maillages v1 et v2, la deuxième erreur apparaît lorsque le nombre de processus dépasse 600. Cette erreur se produit car certaines phases n'utilisent qu'une partie du maillage, laissant des processus avec des mailles non affectées. Ce phénomène, bien connu en HPC, pourrait être contourné par la mise en pause des processus inactifs. L'implémentation est néanmoins non triviale en termes de développement dans code\_aster.

La première erreur se manifeste spécifiquement lors de l'intégration de la loi CSRM, mais disparaît en élasticité linéaire, suggérant une sensibilité aux non-linéarités. Bien que la qualité du maillage ait été écartée comme cause principale, la répartition des mailles problématiques dans certains sous-domaines pourrait jouer un rôle. Il est également notable que la loi CSRM est implémentée via MFront, et que c'est la première fois qu'une loi non linéaire développée dans MFront est testée en contexte HPC dans code\_aster. Des tests avec des lois plus simples (ex. plasticité parfaite) ou directement codées dans code\_aster sont recommandés pour isoler l'origine du problème. Enfin, l'usage de méthodes de régularisation, requis pour ce type de loi, pourrait améliorer la convergence. Des développements dans ce sens sont prévu à termes.

### 3.3 Scalabilité forte

Afin d'identifier les problèmes rencontrés, des calculs ont également été effectués en élasticité linéaire dans le cadre d'une analyse de scalabilité. Une étude détaillée de la scalabilité du solveur  $P_{LGS}$  pour des problèmes THM en élasticité linéaire a déjà été réalisée [2], incluant notamment un cas industriel simulé sur 40 ans. Toutefois, aucune analyse de scalabilité n'a été menée pour ce solveur avec des lois non linéaires ni pour des études industrielles couvrant jusqu'à 150 ans.

Les configurations testées pour les trois calculs (CSRM v1, élastique v1 et élastique v2) permettent d'évaluer la scalabilité forte de l'ensemble de la chaîne de calcul. Le calcul sur 160 processus sert de référence avec un speedup égal à 1. En situation de scalabilité forte idéale, le passage à 240 processus (soit un facteur 1,5) devrait réduire le temps de calcul d'un facteur équivalent, conduisant à un speedup théorique de 1,5. De même, pour 360 processus, le speedup idéal est de 2,25 et pour 480 processus, de 3. Les temps de calcul et les speedups obtenus pour les trois cas sont présentés dans les Tableaux 3, 4 et 5, tandis que la comparaison entre speedup idéal et speedup mesuré est illustrée en échelle log-log dans la Figure 3.

TABLE 3 – Speedup du calcul CSRM sur maillage v1

Nœuds	Procs	Partition	Temps	Speedup
20	160	cn	19 h 36 min	1.00
20	240	cn	13 h 51 min	1.41
20	360	cn	10 h 08 min	1.93
20	480	cn	9 h 27 min	2.07

TABLE 4 – Speedup du calcul élastique sur maillage v1

Nœuds	Procs	Partition	Temps	Speedup
20	160	cn	11 h 17 min	1.00
20	240	cn	7 h 52 min	1.43
20	360	cn	5 h 59 min	1.89
20	480	cn	4 h 55 min	2.29

La Figure 3 illustre un excellent gain de performance lors du passage de 160 à 240 processus, avec un speedup maximal de 1,49 pour le calcul élastique v2 et d'environ 1,42 pour les autres cas. À 360 processus, la tendance reste favorable, le calcul élastique v2 atteint un speedup de 2,07, tandis que les autres se situent autour de 1,9. Enfin, pour 480 processus, le calcul élastique v2 conserve une progression régulière avec un speedup de 2,61. Les deux autres calculs divergent légèrement, élastique v1 atteint 2,29, tandis que CSRM v1 présente une dégradation à 2,07.

Les résultats obtenus en élasticité linéaire sont cohérents avec ceux rapportés dans [2], confirmant une

TABLE 5 – Speedup du calcul élastique sur maillage v2

Nœuds	Procs	Partition	Temps	Speedup
20	160	bm	26 h 33 min	1.00
20	240	bm	17 h 50 min	1.49
20	360	bm	12 h 49 min	2.07
20	480	bm	10 h 11 min	2.61

amélioration lorsque la taille du problème augmente. Par ailleurs, les performances observées pour la loi CSRM sont particulièrement satisfaisantes. Elles restent comparables à celles en élasticité linéaire jusqu'à 360 processus et demeurent correctes à 480 processus. Ces observations confirment la robustesse du solveur  $P_{LGS}$  pour des calculs avec la loi CSRM.

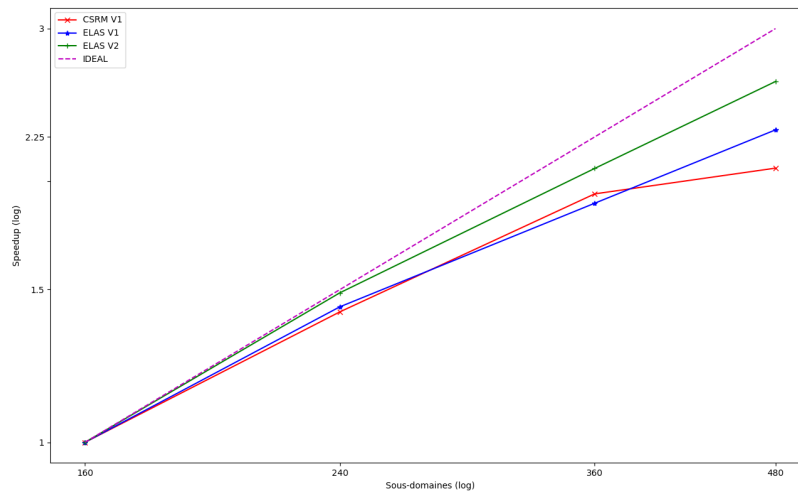


FIGURE 3 – Scalabilité forte

## 4 Conclusion

Cette étude confirme la faisabilité, avec code\_aster, d'une modélisation 3D d'un croisement en T de galeries représentatives de Cigéo, intégrant un modèle couplé hydro-mécanique et la loi viscoplastique non linéaire CSRM. Des calculs sur plus de 150 ans, avec des maillages atteignant 72 millions de ddl ont pu être réalisés en environ 9h ouvrant ainsi de grandes possibilités d'études de sensibilité nécessaires à l'ingénieur. Cette réalisation ainsi que l'étude de scalabilité forte ont démontré la robustesse de la loi CSRM et l'efficacité du préconditionneur  $P_{LGS}$ .

Certaines limites subsistent pour des maillages plus fins, probablement liées à la loi ou au solveur, et nécessitent des investigations complémentaires. Les perspectives portent sur l'amélioration éventuelle de la loi CSRM par des méthodes de régularisation mais également sur l'utilisation de solveurs conçus pour des problèmes qui présentent de fortes non-linéarités, notamment en explorant des méthodes de décomposition de domaine. Le solveur non-linéaire RASPEN, qui réduit le nombre d'itérations de Newton en améliorant la convergence pour des comportements adoucissants, constitue une piste prometteuse [3].

## Références

- [1] code\_aster, *code de calculs aux éléments finis pour les études et la recherche développé par EDF R&D*, [www.code-aster.org](http://www.code-aster.org)
- [2] A.C. Ordonez, N. Tardieu, C. Kruse, D. Ruiz, S. Granet. *Scalable block preconditioners for saturated thermo-hydro-mechanics problems*, Adv. Model. and Simul. in Eng. Sci. 10, 10, 2023.
- [3] M. Ettaouchi, L. Giraud, C. Kruse, N. Tardieu. *Convergence analysis of overlapping domain decomposition preconditioners for nonlinear problems*, INRIA. 2025.
- [4] S. Raude, F. Laigle, R. Giot, R. Fernandes. *A unified thermoplastic/viscoplastic constitutive model for geomaterials*, Acta Geotechnica, 2015.
- [5] S. Raude, G. Bacquaert, K. Kazymyrenko, D. Haboussa. *A standard thermodynamic-based extension of the Modified Cam-Clay model for plastic-viscoplastic geomaterials*, 9th International Conference on Clays in Natural and Engineered Barriers for Radioactive Waste Confinement, 2024.
- [6] O. Coussy, *Mechanics and Physics of Porous Solids* Wiley 2010.
- [7] *Modèle de comportement THHM*, documentation de code\_aster , [www.code-aster.org/doc/default/fr/index.php?man=R7](http://www.code-aster.org/doc/default/fr/index.php?man=R7).
- [8] S. Cuvilliez, I. Djouadi, S. Raude, R. Fernandes, *An elastoviscoplastic constitutive model for geomaterials : Application to hydromechanical modelling of claystone response to drift excavation*, Computers and Geotechnics, Volume 85, page321-page340, 2017.
- [9] M. Panet, J. Sulem, *La méthode convergence-confinement. Les contributions du Laboratoire de mécanique des solides (LMS)*, Rev. Fr. Geotech., 169, 3, 2021.
- [10] R.D. Falgout and U. M. Yang. *Hypre : A Library of High Performance Preconditioners*, In Proceedings of the International Conference on Computational Science-Part III, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, page632–page641, 2002.