

Méthode hybride de suivi et capture d'interface des écoulements multi-phases, pour des applications de fabrication additive et soudage.

Capucine Calonnec^{1,2,*}, Christopher Nahed¹, Adrien Jaccon¹, Olivier Jamond¹, Yassine Saadlaoui², Jean-Michel Bergheau²

¹Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Etudes Mécaniques et Thermiques, 91191, Gif-sur-Yvette, France

²Univ Lyon, Ecole Centrale de Lyon, CNRS, ENTPE, LTDS, UMR5513, ENISE, 42003, Saint-Etienne, France

* capucine.calonnec@cea.fr

Résumé — La fabrication additive et le soudage par méthodes de *Direct Energy Deposition* (DED) constituent un défi en terme de modélisation numérique du aux différentes échelles spatio-temporelles des phénomènes mis en jeu. Le développement de méthodes à la fois efficaces, précises et robustes demeure ainsi un enjeu central du domaine. Dans ce contexte, nous présentons ici une approche couplant la méthode ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) et la méthode Level Set, afin de proposer un traitement des phénomènes fluidiques multi-échelles du problème, d'une manière efficace et précise.

Mots clés — fabrication additive, hydrodynamique, Arbitrary Lagrangian Eulerian, Level Set.

Introduction

Les méthodes de fabrication additive par Direct Energy Deposition (DED) sont en plein essor car elles offrent de nouvelles possibilités de fabrication de pièces. Leur modélisation numérique intéresse alors les industriels afin d'améliorer le contrôle sur la soudure ou la pièce fabriquée. Cependant, le coût numérique de tels modèles reste encore très importants. Ainsi, le développement de nouvelles méthodes numériques est aujourd'hui central dans le domaine.

La complexité des méthodes numériques et leur coût algorithmique associés viennent notamment de l'aspect multiphysique du problème. Celui ci fait intervenir des phénomènes thermique, métallurgique, électromagnétique, fluidiques et mécaniques. Ici, nous nous sommes concentrés sur les phénomènes fluidiques. En effet les phénomènes fluidiques influencent fortement la géométrie et l'état mécanique des pièces fabriquées. Ils se manifestent différemment en fonction des rapports entre les multiples forces impactant le bain de fusion (tension superficielle, inertie ou forces visqueuses). Les interactions entre gaz, goutte et bain affectent la géométrie du bain de fusion, la distribution du champ de température, les contraintes thermomécaniques et les états métallurgiques, et donc influencent considérablement la qualité des composants fabriqués. Une faible maîtrise de ces interactions peut mener à la fabrication de pièces de mauvaise qualité (présence de porosité, fissure, contraintes résiduelles dégradantes).

Pour modéliser ces interactions d'une manière à la fois robuste et suffisamment précise, une méthode numérique est proposée ici. Afin de simuler le problème complet, celui ci est décomposé en deux domaines évoluant à des échelles spatio-temporelles distinctes. Le premier domaine est celui de la chute de la goutte à travers un gaz de chasse. Le deuxième domaine est celui du bain dans lequel va tomber cette goutte. Le premier domaine évolue nettement plus rapidement que le deuxième, ce qui justifie la décomposition en deux méthodes numériques. Deux procédures de suivi d'interface sont alors modélisées : la méthode *Level Set* (LS) et la méthode *Arbitrary Lagrangian Eulerian* (ALE). La méthode LS, permettant de suivre des déplacements très rapides a été utilisée pour représenter la chute de la goutte à travers le gaz alors que la méthode ALE, permettant un suivi plus précis de l'interface a servi à représenter le bain fondu. Les sections suivantes présentent précisément les développements réalisés sur la partie ALE du modèle. Dans un premier temps, nous présentons le cadre théorique de la méthode ALE. Puis nous voyons son couplage avec la mécanique des fluides et avec le LS qui traite le domaine du gaz de chasse. Enfin, les premiers résultats sont exposés section 3.

1 Mise en oeuvre de la méthode ALE.

Il existe deux méthodes classiques pour décrire le mouvement en mécanique : la description lagrangienne et la description eulérienne. La méthode ALE, pour Arbitrary Lagrangian Eulerian, a été développée dans le but de combiner les avantages des deux méthodes et ainsi réduire leurs limites. Cette section présente les généralités de la description ALE, suivies d'une présentation plus précise de la méthode développée pour ce travail.

1.1 La méthode ALE.

L'approche lagrangienne de la description du mouvement en mécanique des milieux continus est une méthode basée sur les points matériels. Chaque nœud individuel du maillage décrivant la géométrie suit le mouvement des des points matériels. Elle permet un bon suivi des interfaces avec une grande précision. Cependant, elle n'est pas pratique lorsqu'il s'agit de déformations importantes et peut devenir impraticable sur le plan informatique en raison de la détérioration de la qualité du maillage. Elle est principalement utilisée dans les cas de petites déformations en mécanique des solides et en mécanique des structures [1].

Contrairement à l'approche lagrangienne, l'approche eulérienne ne suit pas les points matériels. Le maillage du calcul est fixe, indépendamment du mouvement du matériau. Cette description permet de mieux gérer les déformations importantes, mais n'est pas directement adaptée aux problèmes de suivi d'interface. Elle est largement utilisée en mécanique des fluides [1].

La description ALE consiste en un mélange des deux méthodes. Dans la description ALE, certains nœuds peuvent être déplacés en fonction du mouvement des particules, comme dans la description lagrangienne, tandis que d'autres peuvent rester fixes, comme dans l'approche eulérienne. Le reste des noeuds est déplacé selon une loi arbitraire afin de minimiser les distorsions du maillage. L'utilisation de cette méthode permet de suivre la déformation du domaine sans distorsion importante du maillage. Cependant, cette description crée une dépendance importante vis-à-vis de la loi de déformation arbitraire choisie pour déplacer les nœuds du maillage de calcul. Par conséquent, une étude des différentes lois, appliquées à un modèle simplifié du bain de fusion, a été menée.

1.2 Les lois de déformation.

On note Γ l'ensemble des noeuds d'une surface qui subit un déplacement imposé $\mathbf{u}_\Gamma(t)$. On applique alors au domaine une loi de déformation f qui permet d'obtenir le déplacement des noeuds du maillage à l'instant $t + \Delta t$. On peut noter cette relation :

$$\mathbf{u}_{\text{mesh}}(t + \Delta t) = f(\mathbf{u}_\Gamma(t)) \quad (1)$$

Quatre lois de déformations du maillage ont été testées lors d'une première étude afin de déterminer la plus adaptées au cas d'application [2] :

1. Laplacien vectoriel
2. Elasticité linéaire
3. Laplacien vectoriel itératif
4. Elasticité linéaire itérative

Les deux premières méthodes donnent des résultats peu satisfaisants. En effet, la déformation trop importante de certains éléments du maillage engendre la création de mailles inutilisables dans les calculs fluidiques. Les deux autres méthodes ne montrent quant à elles pas de déformations trop importantes des éléments du maillage. Pour les comparer, une étude de leur réversibilités, *i.e.* leur capacité à retrouver un maillage proche du maillage initial après plusieurs cycles de déformation, a été réalisée. La comparaison entre les deux méthodes, Figure 1 montre que la méthode d'élasticité linéaire itérative maintient une meilleur rapport d'aspect (largeur/longueur) que la méthode du laplacien itératif. Elle semble avoir les meilleurs résultats et sera donc la méthode choisie par la suite.

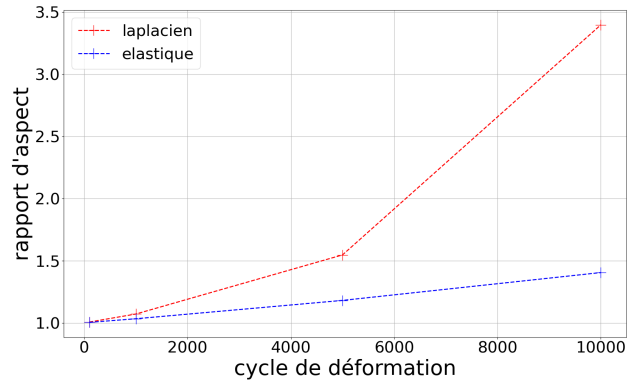


FIGURE 1 – Rapport d’aspect des éléments du maillage

2 Mécanique des fluides du bain fondu

Après avoir développé la méthode utilisée pour représenter le domaine et le suivi d’interface, il a été nécessaire d’y ajouter la physique qui nous intéressait : la mécanique des fluides.

2.1 Navier Stokes

Les équations qui régissent ce domaine sont les équations de Navier-Stokes. Ses équations s’appliquent ici à un domaine qui varie au cours du temps $\Omega(t)$. L’évolution de ce domaine est prise en compte à travers la vitesse du maillage v_{mesh} dans le terme de convection. Ainsi, les équations sont :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 & \text{sur } \Omega(t) \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{mesh}) \cdot \nabla \mathbf{v} = \mu \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla p + \rho \mathbf{g} & \text{sur } \Omega(t) \end{cases} \quad (2)$$

où \mathbf{v} , la vitesse du fluide, et p , la pression, sont les inconnues du système à résoudre. Les paramètres physiques sont ρ la densité ($kg.m^{-3}$), μ la viscosité dynamique ($Pa.s$), g la grandeur d’accélération gravitationnelle ($m.s^{-2}$) et \mathbf{v}_{mesh} la vitesse du maillage ($m.s^{-1}$).

La vitesse du maillage \mathbf{v}_{mesh} est obtenue à l’aide du déplacement du maillage. En effet, comme vu section 1.2, nous avons l’équation 1, qui nous permet d’obtenir la configuration du domaine $\Omega(t + \Delta t)$.

Et nous obtenons \mathbf{v}_{mesh} grâce à la relation :

$$\mathbf{v}_{mesh} = \frac{d\mathbf{u}_{mesh}}{dt} \quad (3)$$

Le modèle et les simulations présentées ensuite ont été réalisés avec le code de calcul MANTA, dans le cadre de la méthode des éléments finis. Dans le cas des équations de Navier Stokes, des éléments de Taylor Hood ont été utilisés [10]

Le schéma de discrétisation temporelle est implicite. L’approche de résolution choisie est l’approche monolithique. La matrice jacobienne et le vecteur résiduel sont calculés comme une seule matrice creuse distribuée monolithique et un seul vecteur distribué monolithique, couplant les degrés de liberté de vitesse et de pression. Cette approche n’est pas la plus rapide en terme de temps de calcul mais elle a une grande robustesse, ce qui la rend utile dans le développement de nouvelles méthodes car elle nous permet de limiter les sources d’instabilités numériques.

2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites de la surface libre sont les points d’intérêt principaux de ces travaux. Dans un premier point, les conditions aux limites classiques, sans apport de matière, sont présentées. Ensuite, de nouvelles conditions, prenant en compte l’apport de matière et son influence sur l’écoulement du bain sont décrites.

2.2.1 Sans apport de matière

Le déplacement de la surface libre du bain Γ_S est influencé par deux conditions aux limites. La condition cinématique, qui transmet l'idée que la surface ne peut pas être traversée par des particules du fluide. Elle impose que la vitesse normale des noeuds de la surface libre soit celle du fluide :

$$\mathbf{v}_{\text{mesh}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

Ce qui implique pour le déplacement des noeuds :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \quad (5)$$

La seconde condition est la condition dynamique, elle impose un équilibre des contraintes à l'interface :

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{surface}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_s \quad (6)$$

Où f_s représente les forces surfaciques. Dans notre cas, la seule force s'appliquant à la surface est la tension de surface. Afin de simplifier son implémentation numérique, la tension de surface est appliquée avec la méthode généralisée par Leblond et al. [3]. Elle est considérée comme une contrainte sur les éléments surfaciques.

2.2.2 Avec apport de matière

L'apport de matière fluide que l'on rencontre en fabrication additive modifie les conditions de surface libre du domaine. Il entraîne une augmentation de la masse mais aussi un apport en terme de quantité de mouvement, lié à la vitesse d'arrivée de la goutte dans le bain [4].

On considère un apport surfacique de masse \dot{a} ($kg.s^{-1}.m^{-2}$). Alors, la nouvelle condition cinématique est :

$$\mathbf{v}_{\text{mesh}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} + \frac{\dot{a}}{\rho} \quad (7)$$

Donc le déplacement des noeuds du maillage est calculé par :

$$\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{u}(t) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}(t + \Delta t) + \frac{\dot{a}}{\rho}) \cdot \mathbf{n} \Delta t \quad (8)$$

De même, l'équilibre des contraintes doit être modifié. Si l'on considère l'apport de matière localisé sur Γ_a qui est une partie de Γ_S . Alors on peut appliquer comme condition :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{\text{surface}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_\gamma + \dot{a}(\mathbf{v}_{\text{add}} - \mathbf{v}) & \text{sur } \Gamma_a \\ \boldsymbol{\sigma}_{\text{surface}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_\gamma & \text{sur } \Gamma_S \setminus \Gamma_a \end{cases} \quad (9)$$

Où f_γ est la tension de surface, prise en compte de la même manière que précédemment.

En parallèle de la méthode ALE, la méthode LS a été développée pour simuler la trajectoire de la goutte avant son arrivée dans le bain. Le couplage entre ces deux méthodes passera par la transmission d'information d'un domaine à l'autre. Le domaine simulé par LS contient les informations sur la taille de la goutte, sa masse, sa vitesse de chute et les coordonnées de sa trajectoire qui serviront de données d'entrée au domaine ALE. Ce domaine, quant à lui, contient l'information sur la limite du domaine LS, qui pourrait varier avec la taille et la forme du bain.

3 Couplage numérique de l'ALE avec la mécanique des fluides

L'algorithme de couplage de la méthode ALE avec la mécanique des fluides est présenté ci dessous. L'étape de correction du volume consiste à vérifier que le volume est correctement conservé et, si ce n'est pas le cas, à ajouter un déplacement des noeuds de la surface libre pour corriger cette erreur.

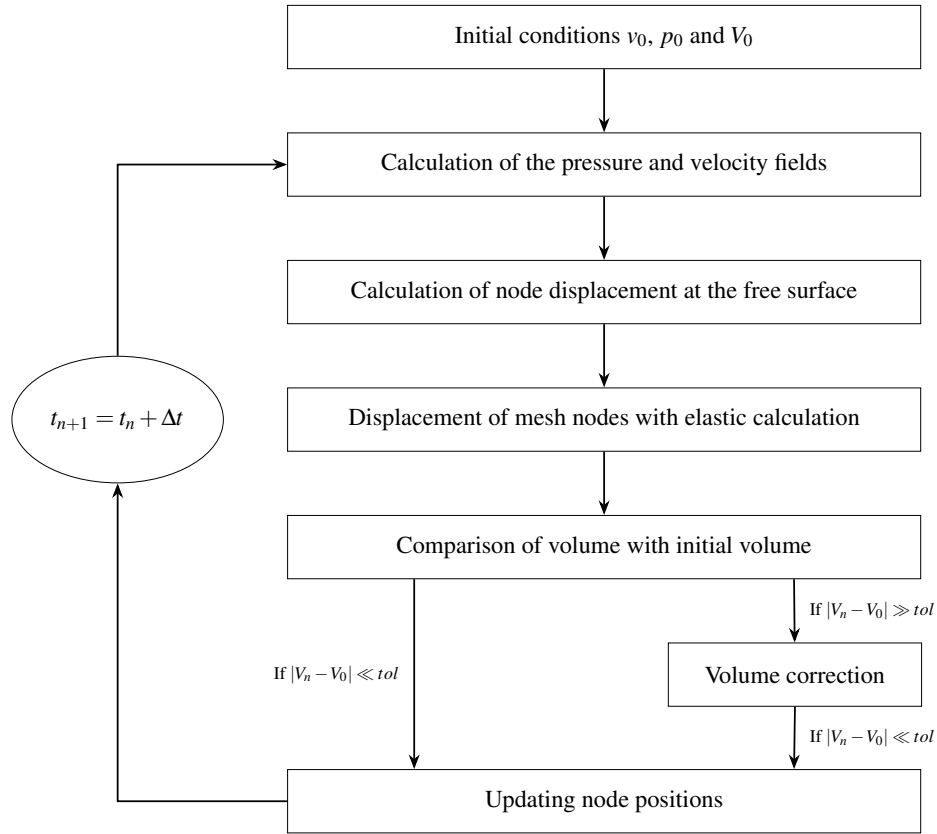


FIGURE 2 – ALE algorithm

Cet algorithme est voué à évoluer. La méthode de correction du volume, aujourd’hui extérieure au calcul du déplacement du maillage, sera ajouté comme une contrainte surfacique à l’étape "Déplacement des noeuds du maillage". Ainsi, lorsque l’apport de matière sera ajouté, il sera plus simple d’appliquer la conservation du volume total.

4 Discussion et résultats

4.1 Étude de vérification de l’implémentation *Arbitrary Lagrangian Eulerian*

Afin de vérifier l’implémentation mathématique du modèle ALE, nous avons choisi de réaliser une comparaison avec une solution analytique : le test du ballotement. La solution analytique et sa comparaison avec nos résultats sont présentées ici.

4.1.1 Solutions analytiques de référence

Le test du ballotement est un cas test développé par Ramaswamy [6] afin d’étudier la fiabilité d’une formulation ALE en la comparant avec une solution analytique, définie par Prosperetti [5]. Le problème consiste à suivre l’élévation de la surface libre d’un liquide contenu dans une boîte. La comparaison avec ce cas test est classique dans le suivi d’interface [7] [8] et a été par la suite adapté en 3 dimensions [9]. Ici la validation a été réalisée sur un cas en 2 dimensions.

Dans son article [5], Prosperetti donne la solution analytique de l’élévation de la surface libre par l’équation suivante :

$$\eta(t) = \frac{4v^2k^4}{8v^2k^4 + \omega_0^2} \eta_0 \operatorname{erfc}(vk^2t)^{1/2} + \sum_{i=1}^4 \frac{z_i}{Z_i} \left(\frac{\omega_0^2 a_0}{z_i^2 - vk^2} - u_0 \right) \exp[(z_i^2 - vk^2)t] \operatorname{erfc}(z_i \sqrt{t}) \quad (10)$$

où z_i sont les racines du polynôme :

$$z^4 + 2k^2vz^2 + 4(k^2v)^{3/2}z + v^2k^4 + \omega_0^2 = 0 \quad (11)$$

et les valeurs des Z_i sont données par :

$$Z_i = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 (z_j - z_i) \quad (12)$$

avec : $\omega_0^2 = gk + \frac{\gamma k^3}{\rho}$

Les paramètres introduits sont :

- η_0 : élévation initiale de la surface (m)
- ν : viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$)
- g : accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$)
- ρ : densité ($kg.m^{-3}$)
- γ : tension de surface ($N.m^{-1}$)
- k : nombre d'onde (m^{-1})

4.1.2 Configuration d'étude

La configuration utilisée est un modèle 2D d'une boîte de géométrie carrée contenant un liquide aux propriétés physiques ν , ρ et γ , représenté Figure 3. Une condition initiale instable est imposée au liquide, où sa surface libre suit une forme sinusoïdale donnée par :

$$H(x, 0) = H + \eta_0 \sin(\pi(0.5 - x)) \quad (13)$$

Les paramètres choisis ont $\nu = 0.01m^2.s^{-1}$, $\rho = 1kg.m^{-1}$, $\eta_0 = 0.01m$, $g = 1m.s^{-2}$. Deux valeurs de tension de surface ont été étudiées : $\gamma = 0.001$ ou $1N.m^{-1}$. Le maillage est de 25×25 mailles carrées et le pas de temps est $\Delta t = 10^{-3}s$.

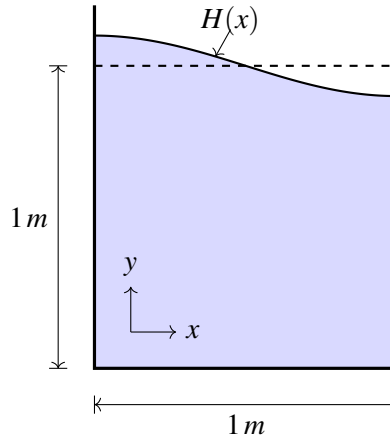


FIGURE 3 – Modèle du test du ballotement

4.1.3 Résultats

La comparaison entre les simulations numériques et les solutions analytiques pour les deux valeurs de tension de surface choisies sont présentées Figures 4 et 5.

Comme on peut le voir sur les 2 figures, les simulations donnent des résultats très proches des solutions analytiques. Plus précisément, l'erreur est toujours inférieure à 1.5% ce qui est très satisfaisant pour notre étude et permet de valider la fiabilité de la méthode, dans le cas où il n'y a pas d'apport de matière.

4.2 Étude paramétrique et plage de convergence de l'algorithme

La seconde étude se rapproche d'une configuration semblable à un bain dans les instants après l'absorption de la matière apportée par une goutte. Il consiste à partir à nouveau d'une configuration de déséquilibre mécanique où la surface libre est initialisée par une déformation gaussienne, voir Figure 6.

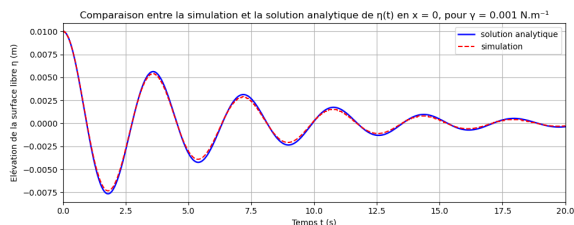


FIGURE 4 – Comparaison entre simulation et solution analytique pour $\gamma = 0.001 N.m^{-1}$

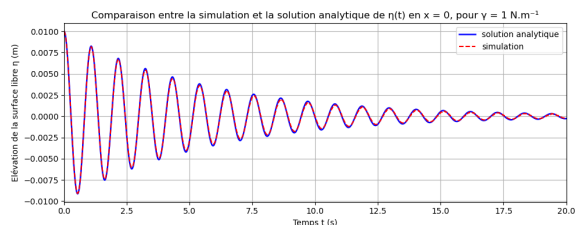


FIGURE 5 – Comparaison entre simulation et solution analytique pour $\gamma = 1 N.m^{-1}$

La gravité et la tension de surface vont entraîner la descente du centre de la surface libre qui va générer des vagues laminaire.

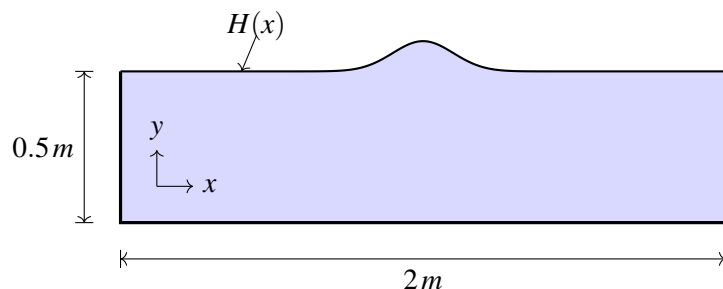


FIGURE 6 – Modèle étude paramétrique

Ce test a pour objectif de valider la robustesse du modèle dans le cas de déplacements plus importants. Afin de réduire les temps de calcul, le maillage utilisé et les conditions aux limites sont présentées Figure 7.

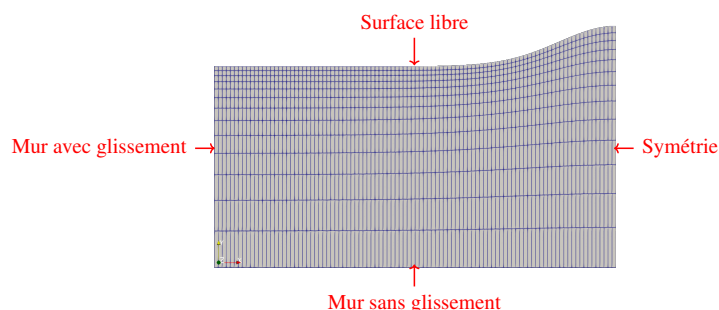


FIGURE 7 – Maillage utilisé pour l'étude paramétrique

Pour encadrer les essais les valeurs des paramètres physiques ont été choisies pour correspondre à 3 différents liquides : l'aluminium, l'acier inoxydable et l'encre. De plus, une étude adimensionnelle a permis de classer les essais grâce à de nombres : le nombre de Grashof et le nombre de Laplace. C'est deux nombres présentent les rapport entre les efforts visqueux, de gravité et de tension de surface.

Cette étude est en cours et les résultats ne sont donc pas présentés ici.

5 Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons présenté le développement d'une méthode ALE pour la capture de la chute d'une goutte dans un bain. Cette méthode a pour objectif d'améliorer la précision de capture des écoulements fluidiques dans un bain de soudage lors de l'apport d'une goutte. Sa mise en place nécessite la modification des équations à la surface libre afin de prendre en compte les phénomènes de tension de surface et l'influence de l'apport massique. Nous avons aussi proposé deux tests préliminaires pour vérifier la précision de la méthode, en comparant nos résultats à une solution analytique, et sa robustesse

face à la distorsion des éléments. Cette méthode sera par la suite couplée à un modèle *Level Set* (pas décrit dans cet article par souci de concision) de la chute de la goutte dans le gaz de chasse, créant ainsi un modèle complet des phénomènes fluidiques intervenant dans le procédé.

Références

- [1] J. Donea Jean, A. Huerta, J.-P. Ponthot, A. Rodríguez-Ferran. *Arbitrary Lagrangian–Eulerian Methods*, Encyclopedia of Computational Mechanics, John Wiley & Sons, Ltd, Chapter 14, 2004.
- [2] A. Shamanskiy, B. Simeon. *Mesh moving techniques in fluid-structure interaction : robustness, accumulated distortion and computational efficiency*, Computational Mechanics, Volume 67, pages 1-18, 2021qd.
- [3] J.-B. Leblond, H. Amin El Sayed, J.-M. Bergheau. *On the incorporation of surface tension in finite-element calculations*, Comptes Rendus Mécanique, Volume 234, pages 770-775, 2013.
- [4] Y. Jia, L. Jegou, E. Feulvarch, Y. Saadlaoui, V. Kaftandjian, T. Elguedj, L. Dubar, J.-M. Bergheau. *An improved Arbitrary Lagrangian–Eulerian thermal-fluid model by considering powder deposition effects on melting pool during Direct Energy Deposition processes*, Additive Manufacturing, Volume 96, 2024.
- [5] A. Prosperetti. *Motion of two superposed viscous fluids*. *Physics of Fluids*, Physics of Fluids, Volume 24, pages 1217-1223, 1981.
- [6] B. Ramaswamy. *Numerical simulation of unsteady viscous free-surface flow*, Journal of Computational Physics, Volume 90, pages 396-430, 1990.
- [7] S. Popinet, S. Zaleski. *A fronttracking algorithm for accurate representation of surface tension*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Volume 30, pages 775–793, 1999.
- [8] S. Rabier, M. Medale. *Computation of free surface flows with a projection FEM in a moving mesh framework*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 192, pages 4703-4721, 2003.
- [9] H. Amin El Sayed. *Simulation numérique du soudage : Couplage des écoulements dans le bain fondu avec les déformations de la partie solide*, PhD thesis, Université de Lyon, Saint Etienne, 2014.
- [10] 8 D. Kuzmin, J. Hämäläinen. *Finite element methods for computational fluid dynamics : a practical guide.*, SIAM Rev, 2015.