

**Prédiction de la réponse au choc basée sur une représentation énergétique de la source normalisée**

Nathan PASCAL<sup>1,2</sup>, Simon LEMAY<sup>1</sup>, Andrea BRUGNOLI<sup>2</sup>, Miguel CHARLOTTE<sup>2</sup>, Frédéric LACHAUD<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centre National d'Etudes Spatiale (CNES), Centre Spatial de Toulouse (CST), 18 Avenue Edouard Belin, 31400, Toulouse, France

<sup>2</sup>Institut Clément Ader (ICA), Université de Toulouse, ISAE SUPAERO, CNRS, 3 Rue Caroline Aigle, 31400, Toulouse, France

**Résumé** — Les niveaux de chocs mécaniques attendus d'une source sur une structure sont dépendants de la structure à étudier. Les prédictions sont souvent basées sur l'analogie et l'expérience passée. Les essais sont actuellement inévitables et présentent de nombreux risques quant à leurs incertitudes. La méthode proposée permet de maîtriser une représentation énergétique en fonction de la fréquence de la source de choc, grâce à un essai de référence, qui peut être transférée à une structure à étudier pour en déduire des niveaux de chocs attendus en essai à l'injection de la source de choc.

**Mots clefs** — chocs mécaniques, SRS, énergie, modélisation

**1. Introduction**

Le développement d'un système spatial vise à garantir sa fonctionnalité et sa performance malgré les multiples sollicitations mécaniques qu'il subira au cours de sa vie. Parmi ces sollicitations, les chocs mécaniques représentent une source de spécification cruciale. Ces chocs, résultant du fonctionnement nominal du système spatial excluant les chocs "hyper-vitesse" comme ceux causés par les débris spatiaux, sont souvent de nature pyrotechnique et proviennent de diverses sources telles que le lanceur (séparation des étages, coiffe, allumage moteur, etc.) ou la libération du satellite du lanceur et le déploiement d'appendices (déploiement des panneaux solaires) [1]. Pour garantir l'intégrité et le bon fonctionnement des composants sensibles tels que les cartes électroniques, les instruments scientifiques ou les charges utiles optiques, il est essentiel d'estimer avec précision la résistance des systèmes aux environnements de chocs attendus. Une mauvaise prise en compte de ces événements peut entraîner une dégradation des performances, rendant la prédiction et la validation en phase de conception cruciale. Actuellement, les prédictions reposent principalement sur l'analogie avec des projets antérieurs et sur l'expérience, utilisant des règles de dimensionnement empiriques. La caractérisation des sources de chocs, la spécification aux sous-systèmes et la qualification des composants, équipements et instruments reposent souvent sur des essais complexes, coûteux, risqués et mal maîtrisés. Quant aux essais, ils présentent un risque de sous-qualification ou de surqualification du système, dû au manque de maîtrise de représentation des sources de choc complexes et de la connaissance de leurs comportements sur des structures elles-mêmes complexes.

La méthode proposée vise à maîtriser une représentation d'une source de choc à partir d'un essai sur une structure de référence, puis de connaître les niveaux de chocs attendus pour une ou plusieurs de ses sources sur une structure complexe à étudier. A partir de la caractérisation de la source de choc, sera présenté le calcul de la densité spectrale d'énergie (ESD) à partir d'un Spectre de Réponse au Choc (SRC) calculée à partir des accélérations mesurées expérimentalement. Ensuite, la méthode de calcul de la fonction pondérée de la densité modale, nécessaire à la réalisation de la normalisation de la densité spectrale d'énergie, sera présentée. Puis on formulera une expression normalisée de la densité spectrale d'énergie. Enfin, la méthodologie globale, schématisée sur la Fig. 1, sera formulée, et des exemples accompagneront sa compression et son utilisation. Les exemples traiteront à la fois d'éléments simples tels que des transferts de choc de bille sur des plaques jusqu'à l'usage de moyens pyrotechniques caractérisés sur une plaque puis utilisé sur un modèle structural d'un satellite.

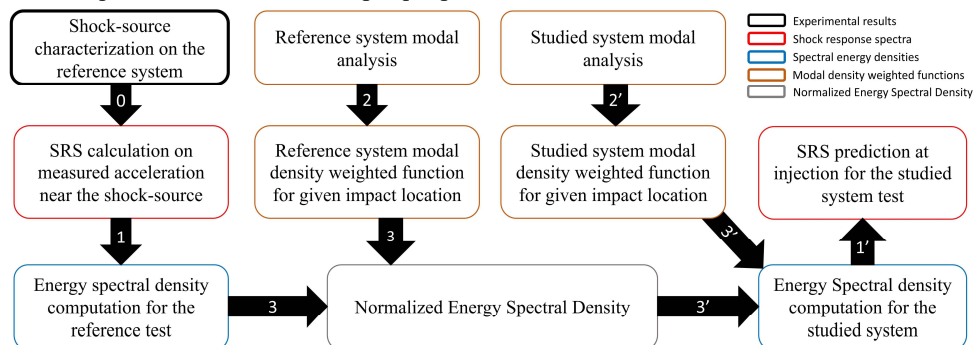


Fig. 1. Schématisation de la méthodologie présentée

## 2. Outils de calcul

### 2.1. Définition d'un choc et spécification SRC – Step 0

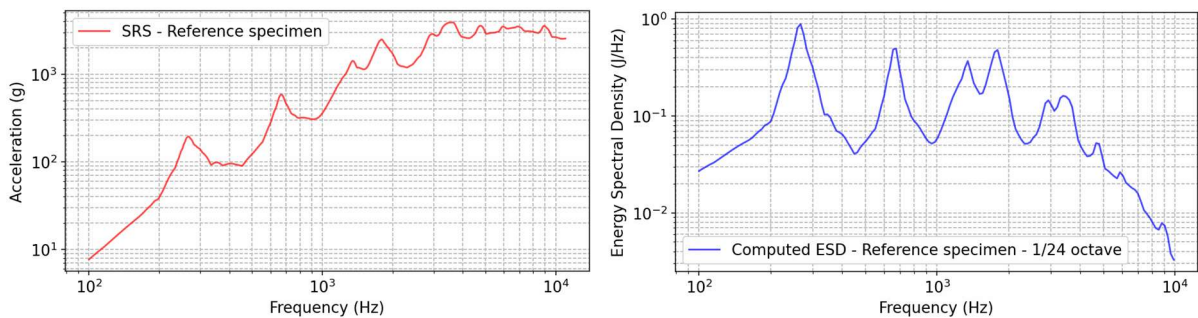
La définition d'un choc mécanique, ses méthodes d'analyse et les exigences associées pour le dimensionnement des systèmes spatiaux sont détaillées dans le "handbook" ECSS (European Cooperation for Space Standardization) [1] [2]. Selon l'ECSS, un choc mécanique est un chargement mécanique transitoire local de courte durée (50  $\mu$ s à 20 ms), de fréquence élevée (100 Hz à 100 kHz), avec une amplitude élevée et un temps de montée significatif (environ 10  $\mu$ s). Il est caractérisé par une enveloppe d'exponentielle décroissante. Physiquement, un choc mécanique combine des ondes de traction-compression, de flexion et de cisaillement, avec des phénomènes de réflexion, dissipation et diffraction aux conditions limites et interfaces. Il est important de distinguer deux phases : la phase de chargement mécanique (transitoire, 50  $\mu$ s à 20 ms) et la phase d'oscillations libres (pseudo-stationnaire, jusqu'à 100 ms).

Bien que le signal temporel fournisse des informations précieuses sur les amplitudes maximales et la durée d'un événement de choc, il ne permet pas de visualiser facilement la sévérité relative au large gamme de fréquences que contient une source de choc. Les événements de choc incluent souvent des composantes hautes fréquences de très courte durée ainsi que des composantes basses fréquences combinées au comportement structurel qui peuvent persister plus longtemps. L'analyse du choc dans le domaine fréquentiel est cruciale pour évaluer précisément sa sévérité et son impact potentiel. C'est pourquoi la méthode largement adoptée pour l'évaluation des chocs est le SRC (Spectrum de Réponse aux Chocs) [3]. Le principe du SRC [4] consiste à définir un ensemble de systèmes à un seul degré de liberté (Single Degree Of Freedom), chacun caractérisé par sa propre fréquence propre. Le signal temporel étudié est ensuite appliqué comme entrée à tous ces systèmes SDOF. Pour chaque système, la réponse temporelle maximale absolue est extraite et tracée en fonction de sa fréquence naturelle. On utilise dans notre cas des signaux temporels d'accélération et dont le processus calcule le maximum temporel absolu de chacun des SDOF avec un coefficient d'amortissement  $Q = \frac{1}{2\zeta} = 10$ . Cela produit des spectres qui sont facilement comparables entre eux, à l'inverse d'une accélération temporelle. Cela permet de représenter la sévérité d'un choc dans une plage de fréquence étudiée. Pour autant, il faut noter que pour un signal temporel, il existe un unique SRC mais que pour une SRC, il existe une infinité de signaux temporels correspondant.

### 2.2. Calcul de la densité spectrale d'énergie en fonction de la fréquence à partir d'un SRC– Step 1

À partir de l'équation du mouvement pour un oscillateur amorti soumis à une excitation sinusoïdale telle que l'accélération maximale de la masse soit égale au SRC donné à la fréquence propre de l'oscillateur amorti  $f_k$ , en considérant une approche énergétique, on peut déterminer l'expression d'une limite supérieure de densité spectrale d'énergie injectée en fonction des paramètres de masse du système étudié, sur une bande de fréquence  $[b_{k-1}, b_k]$  autour de  $f_k$  :

$$ESD_{sup}(f_k) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{M_{tot} \epsilon^2 SRC(f_k)^2}{f_k^2 (b_k - b_{k-1})} \cdot (1)$$



**Fig. 2.** Exemple d'un SRC et de sa densité spectrale d'énergie associée pour un intervalle de fréquence 100 Hz à 10 kHz avec une discrétisation de 1/24e d'octave, et pour un système de masse de 10,7 kg.

### 2.3. Fonction pondérée de la densité modale – Step 2

L'objectif est de réaliser une fonction continue en fonction de la fréquence représentant une fonction de la densité de fréquences propres présentes dans un intervalle, adaptée pour la normalisation de l'énergie calculée. Pour cela on utilise l'estimation de densité par noyau (Kernel Density Estimation, KDE) [5], une technique décrivant une fonction de densité de probabilité présentée dans la première partie. Elle est utilisée dans différents travaux, par exemple en 2D pour la reconstruction de surface à partir de nuages de points [6]. La capacité de la méthodologie à réaliser les prédictions associées repose notamment sur le choix de la forme de la fonction noyau. Il s'agira d'établir la bonne formulation de la fonction noyau pour notre méthodologie dans la seconde partie. Puis dans la dernière partie, on constatera, encore une fois pour le bon fonctionnement de la méthodologie, le besoin de la pondération des modes dans le calcul de la fonction liée de la densité modale.

#### 2.3.1 Kernel Density Estimation

L'estimation par noyau  $g(x)$  de la fonction de densité de probabilité  $\tilde{g}(x)$  assigne à chaque point de données  $x_i$  de l'échantillon une fonction  $K(x_i, x)$  appelée fonction noyau (kernel function). La formule de l'estimation par noyau est donnée par :

$$g(x) = \sum_{i=1}^N K(x_i, x) \tilde{g}(x) . \quad (5)$$

Propriétés de la fonction noyau  $K(\hat{x}, x)$  :

- Non-négativité et bornée :  $K(\hat{x}, x) > 0 \forall (\hat{x}, x)$
- Normalisation :  $\int_{-\infty}^{+\infty} K(\hat{x}, x) dt = 1$ , tel que  $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} K(x_i, x) dt = 1$

avec  $g(x_i) = \frac{1}{N}$  en considérant les modes équiprobables.

Différentes fonctions noyaux  $K(\hat{x}, x)$  sont présentées par Stanisław Węglarczyk [5], dont la fonction noyau  $K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$  communément utilisée. Cependant les principales fonctions noyaux proposées semblent ne pas convenir pour la méthode présentée. On constate en effet que, pour la méthodologie présentée nécessitant la normalisation de la densité spectrale énergétique par une fonction pondérée de la densité modale, la fonction noyau doit représenter l'approche dynamique obtenue dans la densité spectrale énergétique autour d'un mode. C'est pourquoi la section suivante présente une fonction noyau adaptée pour la méthode présentée.

#### 2.3.2 Fonction noyau

Pour la pertinence du calcul de la fonction pondérée de la densité modale dans son usage vis-à-vis de la normalisation de l'énergie calculée à partir d'une SRC, la fonction noyau doit être adaptée à l'allure dynamique en fréquence à l'approche d'un mode pour un coefficient d'amortissement  $Q$ . En considérant un système de  $N_{f_0}$  fréquences propres  $f_0$ ,  $N_{f_k}$  fréquences de calcul  $f_k$ , on utilise la formulation suivante de la fonction non pondérée et non normalisée de la densité modale  $n$  :

$$n_{uw}(f_k) = \frac{1}{N_{f_0}} \sum_{i=1}^{N_{f_0}} K(f_{0,i}, f_k) , \quad (7)$$

Avec pour fonction noyau  $K(f_0, f_k)$  la suivante, en considérant que  $\forall i, Q_i \equiv Q$  :

$$K(f_0, f_k) = \frac{1}{\pi Q} \frac{f_0^3}{(f_0^2 - f_k^2)^2 + (f_0 f_k / Q)^2} . \quad (8)$$

On montrera que cette formulation permet d'obtenir une fonction continue à la densité modale normalisée, telle que l'allure soit similaire à l'approche dynamique en fréquence d'un mode.

### 2.3.3 Pondération des modes

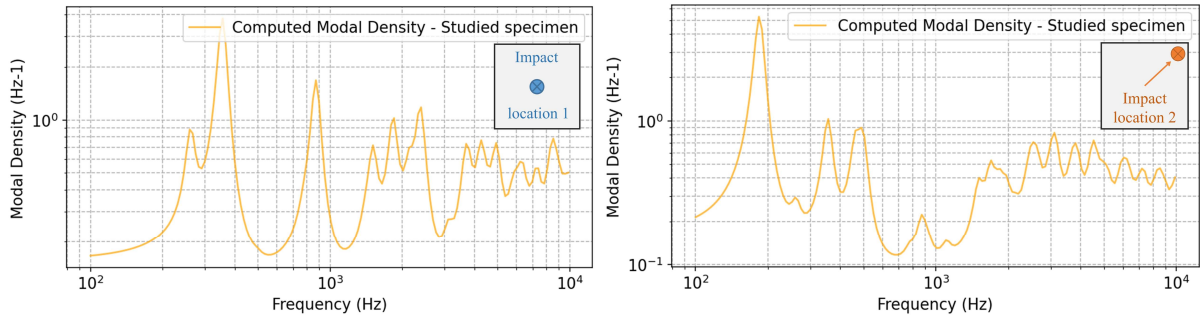
Expérimentalement, la source de choc est susceptible d'exciter certains modes plus que d'autres. Par conséquent, dans le SRC de l'essai étudié, seuls les pics correspondant aux modes probablement excités apparaîtront. Les fréquences propres du système dans le calcul de la fonction pondérée de la densité modale, déterminées par analyse modale, doivent alors être pondérées de manière à ce que les modes susceptibles d'être excités, par rapport à la zone d'impact du choc le long de l'axe d'excitation, contribuent davantage au calcul de la fonction pondérée par la densité modale que ceux qui ne le sont pas. Cette méthodologie permet notamment une différenciation en fonction de la zone d'injection de la source de choc. De ce fait on peut écrire l'expression non normalisée de la fonction pondérée de la densité modale suivante avec  $W_{n,i}^{(d)}$  le facteur de pondération du mode  $i$ , pour une localisation  $n$  (un nœud dans l'analyse modale en l'occurrence), et  $d$  d'une direction ( $d$ ), déterminé grâce au vecteur de déformée modale de l'analyse modale :

$$n_w(f_k) = \frac{1}{N_{f_0}} \sum_{i=1}^{N_{f_0}} K(f_{0,i}, f_k) W_{n,i}^{(d)} \quad \text{avec} \quad W_{n,i}^{(d)} = \frac{|\phi_{n,i}^{(d)}|^2}{\sum_{i=1}^{N_{f_0}} |\phi_{n,i}^{(d)}|^2}. \quad (7)$$

On peut ensuite normaliser la fonction pondérée de la densité modale de sorte que  $\sum_{k=1}^{N_{f_k}} n(f_k) = N_{f_0}$  :

$$n(f_k) = N_{f_0} \frac{n_w(f_k)}{\sum_{k=1}^{N_{f_k}} n_w(f_k)}.$$

On montrera le besoin et les intérêts de cette pondération pour la méthodologie, et un exemple de fonctions pondérées de la densité modale sont illustrés sur la **Fig. 3**, pour 2 localisations différentes. Le système en question est une plaque en aluminium de dimensions  $440 \times 400 \times 10$  mm impacté par une bille en acier inoxydable.



**Fig. 3.** Fonctions pondérées de la densité modale calculées pour une plaque de  $543,5 \times 560 \times 13$  mm en aluminium en considérant, à gauche, les modes probablement excités par un impact d'une bille au centre de la plaque et, à droite, les modes probablement excités par un impact au coin de la plaque.

### 2.4. Normalisation de la densité spectrale d'énergie – Step 3

On considère un résonateur modal de masse  $M$  de densité modale  $n(\omega)$ . On montre à partir des formulations des puissances sous l'angle d'une excitation par bruit global [7,8], que si la force appliquée présente un spectre de puissance  $S_l$  sur la bande de fréquences angulaires  $\Delta\omega$ , alors, la puissance injectée dans le système, moyennée sur l'emplacement de la source, est formulée de la manière suivante :

$$\langle \Pi \rangle = \frac{\pi S_l \Delta\omega}{2 \cdot 2\pi} \frac{n(\omega)}{M}.$$

De ce fait, en considérant deux systèmes indépendants, dont la force appliquée présente un spectre de puissance identique pour chaque, on peut alors définir une puissance normalisée  $P_{norm} = \langle \Pi \rangle(\omega) \frac{n(\omega)}{M}$ , qui par la relation énergie-puissance dans le domaine de Laplace et en divisant par la bande autour de la fréquence  $\omega$ , permet d'écrire une densité spectrale d'énergie normalisée :

$$NESD(\omega) = ESD(\omega) \frac{n(\omega)}{M}.$$

## 2.5. Normalisation pour la source de choc et processus inverse pour la prédiction

La méthodologie globale est présentée sur la **Fig. 1**. On considère alors :

- Les fréquences centrales  $f_k$  auxquelles on associe les intervalles de fréquences  $[b_{k-1}, b_k]$ ,
- Un système de référence de masse  $M_{ref}$ , de fonction pondérée de la densité modale  $n_{ref}(f_k)$  aillant pour SRC de caractérisation  $SRC_{ref}$ , caractérisant une source de choc,
- Un système à étudié de masse  $M_{study}$ , de fonction pondérée de la densité modale  $n_{study}(f_k)$  dont l'on souhaite prédire les niveaux injectés pour  $N_{sources}$  sources équivalentes à celle caractérisée.

La méthode proposée vise à normaliser l'énergie calculée par l'équation (4), à l'aide des caractéristiques du système de référence. La Normalized Energy Spectral Density (NESD) est alors calculée comme suit :

$$ESD_{ref}(f_k) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{M_{ref} SRC_{ref}(f_k)^2}{f_k^2 (b_k - b_{k-1})} \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N_{f_k}\}, \quad (8)$$

$$NESD(f_k) = \frac{ESD_{ref}(f_k) M_{ref}}{n_{ref}(f_k)} \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N_{f_k}\}. \quad (9)$$

On peut alors utiliser le processus inverse pour calculer l'énergie transférée sur un système à étudier en multipliant par le nombre de sources à injecter.

$$ESD_{study}(f_k) = \frac{NESD(f_k) n_{study}(f_k)}{M_{study}} N_{sources}. \quad (10)$$

Avant de pouvoir calculer la SRC pour le système à étudier avec la ou les sources à injecter, on impose une conservation de l'énergie en utilisant le facteur suivant :

$$facteur_{conservation\ energy} = \frac{\sum ESD_{ref}(f_k) df}{\sum ESD_{study}(f_k) df} N_{sources}, \quad (11)$$

ainsi :

$$ESD_{study,cons}(f_k) = ESD_{study}(f_k) * facteur_{conservation\ energy}, \quad (12)$$

tel que :

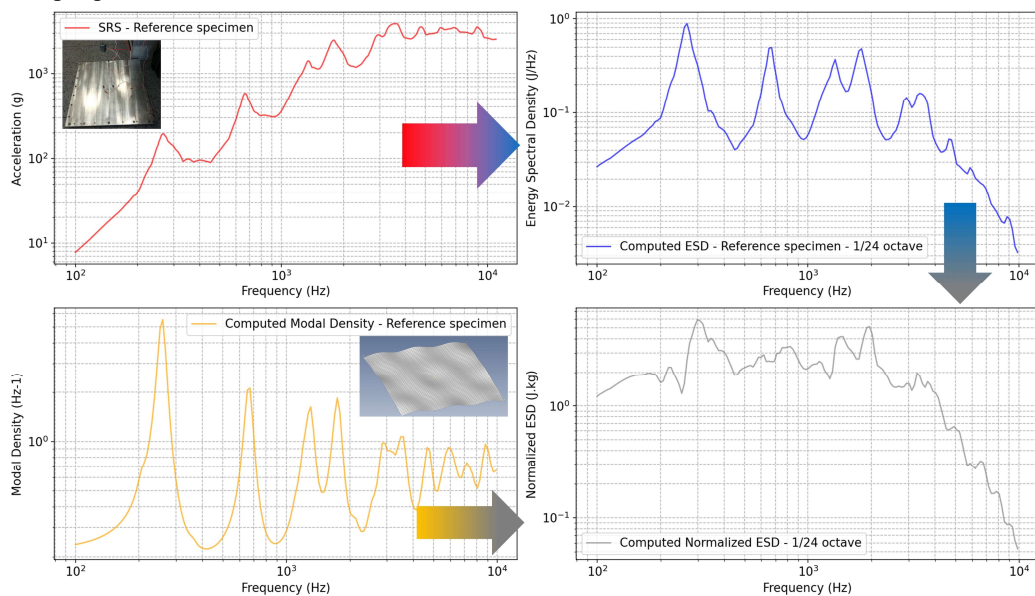
$$SRC_{study}(f_k) = \sqrt{\frac{8\pi^2 f_k^2 (b_k - b_{k-1}) ESD_{study,cons}(f_k)}{M_{study}}}.$$

Finalement, on obtient une prédiction de la SRC pour l'injection des N sources sur un système à étudier, à partir de la caractérisation d'une de ses sources sur un système de référence, en connaissant les masses et les fonctions pondérées des densités modales des deux systèmes.

### 3. Exemples de résultats

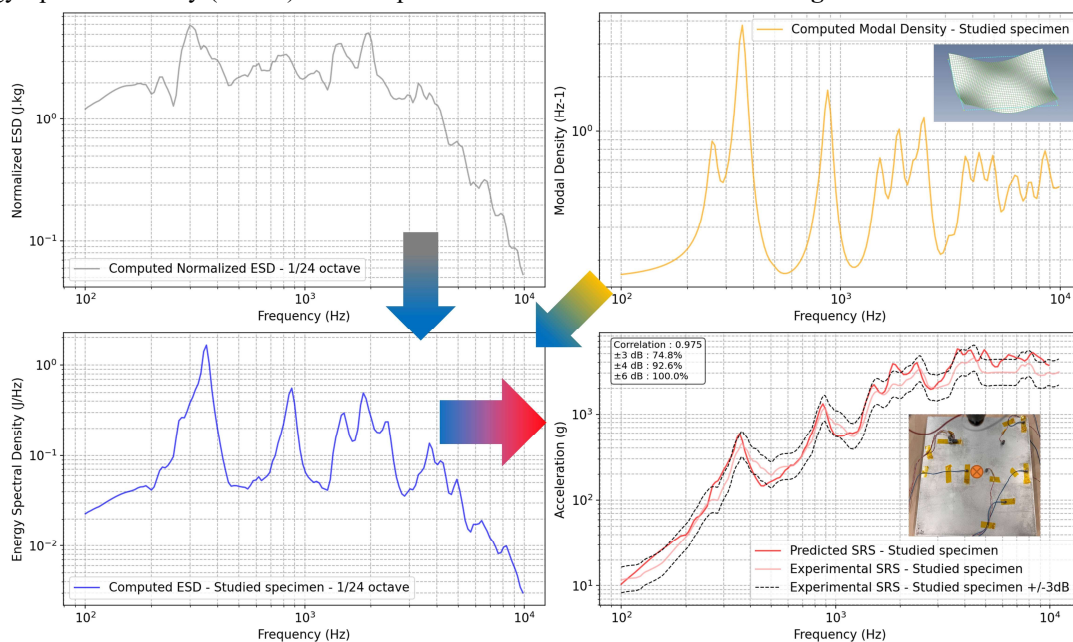
#### 3.1. D'une plaque à une autre

La **Fig. 4** présente une schématisation du processus de calcul de la Normalized Energy Spectral Density (NESD) à partir de la moyenne de deux SRC calculées à partir des accélérations mesurées à la source de choc. L'essai de caractérisation en question consiste à lâcher une bille en acier de 255 g depuis une hauteur de 15 cm au centre d'une plaque en aluminium de dimensions  $543,5 \times 560 \times 13$  mm.



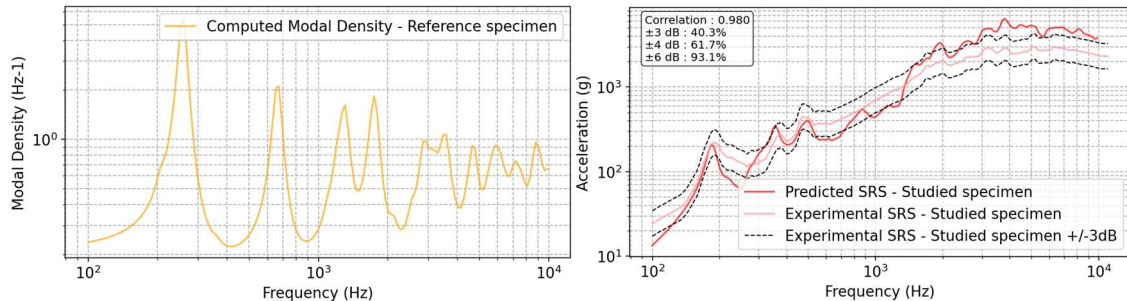
**Fig. 4.** Schématisation du processus de calcul de la Normalized Energy Spectral Density à partir de la moyenne de deux SRC calculées d'après les accélérations à la source d'un choc d'une bille en acier de 255g lâchée à 15cm de hauteur au centre d'une plaque en aluminium de dimensions  $543,5 \times 560 \times 13$ mm.

La **Fig. 5** présente quant à elle le processus inverse, c'est-à-dire la prédiction des niveaux de choc par SRC, à l'injection, pour l'impact d'une bille en acier de 255 g lâchée à 15 cm de hauteur au centre d'une plaque en aluminium de dimensions  $440 \times 400 \times 10$  mm et d'une masse de 5 kg. La prédiction repose sur la Normalized Energy Spectral Density (NESD) calculée précédemment et schématisée sur la **Fig. 4**.



**Fig. 5.** Schématisation du processus de calcul de la prédiction des niveaux de chocs par SRC de l'impact d'une bille en acier de 255g à 15cm de hauteur au centre d'une plaque en aluminium de dimensions  $440 \times 400 \times 10$ mm et de masse d'environ 5kg d'après de la NESD calculée sur la **Fig. 4** et la comparaison avec le SRC expérimental.

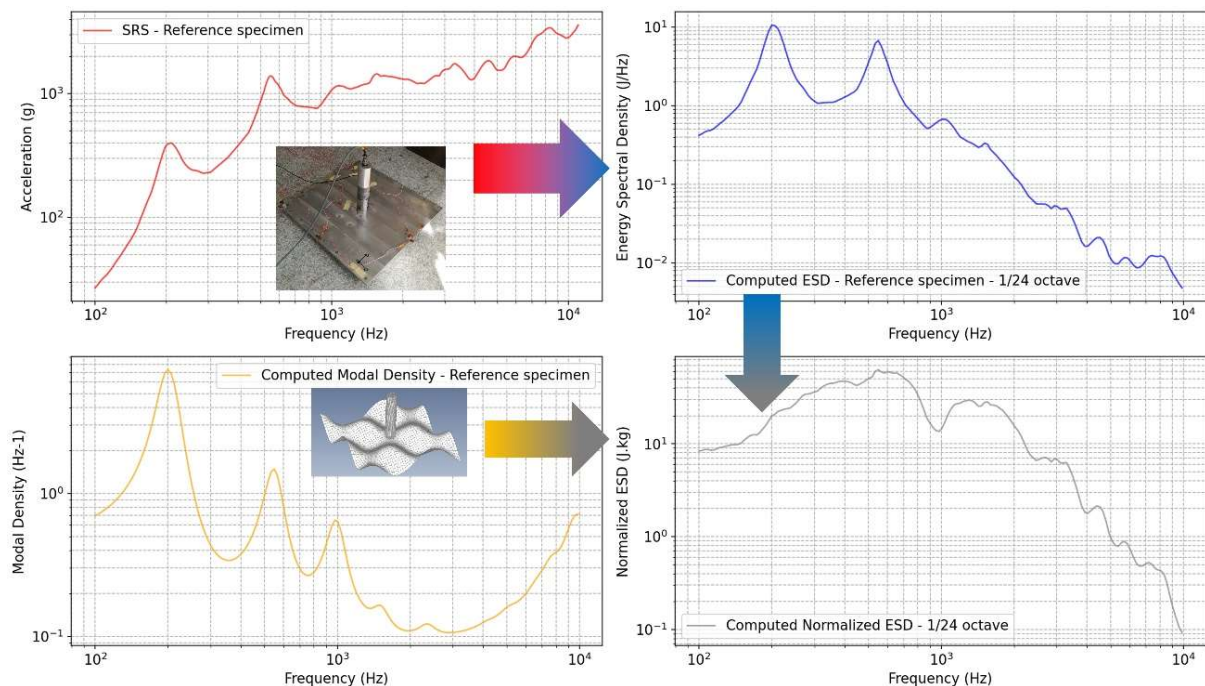
En utilisant la même caractérisation décrite sur la **Fig. 4**, on peut prédire les niveaux de chocs générés pour un autre lieu d'impact de la plaque en aluminium de dimensions  $440 \times 400 \times 10$ mm. Par exemple, pour un lieu d'impact à 60mm de chaque bord, on calcule la fonction pondérée à la densité modale, présentée à gauche sur la **Fig. 6**, puis on obtient la comparaison entre prédiction et SRC expérimental, présentée à droite sur la **Fig. 6**.



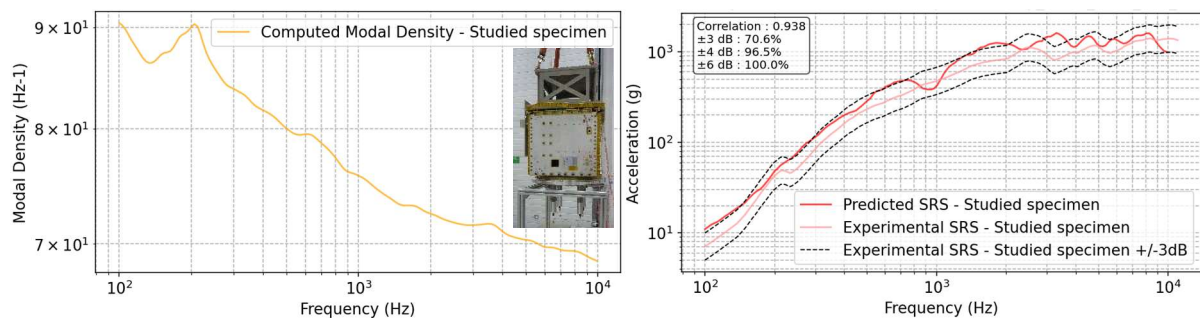
**Fig. 6.** Fonction pondérée de la densité modale calculée pour une plaque de dimensions  $440 \times 400 \times 10$ mm en aluminium en considérant uniquement les modes probablement excités par un impact d'une bille au « coin » de la plaque (60mm de chaque bord) à gauche. Comparaison entre la prédiction SRC et le résultat expérimental à droite pour un impact d'une bille en acier de 255g à 15cm de hauteur.

### 3.2. D'une caractérisation d'un moyen d'essai à la prédiction des niveaux de chocs sur un structural modèle d'un satellite

Le PyroShockGun (PSG) est un moyen d'essai spécifique au CNES, déployable sur toute structure, y compris les systèmes spatiaux comme les satellites. Le PSG génère des chocs en enflammant une cartouche de poudre qui propulse un impacteur pour frapper un amortisseur au fond d'une culasse, produisant ainsi un choc mécanique contrôlé. La réponse aux chocs obtenue pour un réglage donné du PSG varie considérablement en fonction des caractéristiques structurales du système testé, rendant la prédiction quantitative particulièrement difficile. La caractérisation du PSG dans ses différentes configurations de tir permet alors grâce à la méthode présentée de sélectionner la configuration optimale pour reproduire une spécification. Dans l'exemple présenté il s'agit d'un tir classique aillant pour niveau 1000g à 1kHz. La **Fig. 7** schématise le processus de calcul de la NESD à partir de la caractérisation du PSG sur une plaque, tandis que la **Fig. 8** utilise la NESD pour prédire les niveaux de choc sur un modèle structural du satellite MicroCarb utilisant 4 PSG dans la même configuration que l'essai de caractérisation. D'autres exemples sont attendus en présentation.



**Fig. 7.** Schématisation du processus de calcul de la Normalized Energy Spectral Density à partir de la moyenne de deux SRC calculées d'après les accélérations mesurées à la source d'un PSG au centre d'une plaque en aluminium de dimensions  $543,5 \times 560 \times 13$ mm, d'une masse totale d'environ 13 kg.



**Fig. 8.** Fonction pondérée de la densité modale à gauche pour le calcul de la prédiction des niveaux de chocs à l'injection par SRC de quatre PSG dans la configuration de caractérisation à la base d'un structural model du satellite MicroCarb avec une plaque d'interface, d'une masse totale d'environ 250 kg. Comparaison entre la prédiction SRC et le résultat expérimental à droite.

#### 4. Conclusion

En conclusion, cette étude propose une méthodologie innovante pour prédire les niveaux de chocs mécaniques à l'injection sur des structures complexes. Cette approche s'appuie sur un essai de caractérisation suivi d'une conversion énergétique de la SRC des accélérations mesurées lors de l'injection de la source de choc. Elle permet de réduire les incertitudes liées aux essais de chocs, souvent coûteux et risqués, en offrant une représentation plus maîtrisée des niveaux de chocs en amont. Cette méthode diminue ainsi les risques de sous-qualification ou de surqualification des systèmes testés. Les étapes clés de cette méthodologie sont :

1. Le calcul d'une densité spectrale d'énergie à partir d'une SRC expérimentale des niveaux à la source de choc
2. La détermination de la fonction pondérée de la densité modale du système considéré pour une zone d'impact définie, nécessaire à la normalisation de l'énergie calculée
3. La normalisation de la densité spectrale d'énergie
4. Le processus inverse avec imposition de la conservation de l'énergie

Les différents exemples présentés, allant des impacts de billes sur des plaques à l'utilisation de moyens pyrotechniques sur des modèles structurels, illustrent la polyvalence et l'efficacité de la méthode. Des exemples intermédiaires et des études paramétriques pourront également être présentés pour compléter cette démonstration.

Cette méthodologie contribue ainsi à améliorer le dimensionnement des systèmes spatiaux en permettant d'estimer les niveaux de chocs pour toute source caractérisée, y compris les sources de chocs internes.

#### Références

- [1] ECSS Secretariat - Requirements & Standards Division, *Space engineering - Mechanical shock design and verification handbook*, ECSS-E-HB-32-25A, 2015
- [2] ECSS Secretariat - Requirements & Standards Division, *Space engineering - Spacecraft mechanical loads*, ECSS-E-HB-32-26A, 2013
- [3] NASA, *NASA Technical Standard - Pyroshock Test Criteria*, NASA Engineering Standards, NASA-STD-7003, 1999.
- [4] NASA, *NASA Technical Handbook - Dynamic Environmental Criteria*, NASA Engineering Standards, NASA-HDBK-7005, 2001.
- [5] S. WEGLARCZY, *Kernel density estimation and its application*, ITM Web of Conferences 23, XLVIII Seminar of Applied Mathematics, (2018) <https://doi.org/10.1051/itmconf/20182300037>
- [6] F. Zaman, Y. P. Wong, & B. Y. Ng, *Density-based denoising of point cloud*. 9th International conference on robotic, vision, signal processing and power applications: Empowering research and innovation (pp. 287-295). Singapore: Springer Singapore (2016).
- [7] Lyon RH, DeJong RG. *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*. Elsevier Science, 1995. Google-Books-ID: pw9EAQAIAAJ.
- [8] Le Bot A. *Foundation of Statistical Energy Analysis in Vibroacoustics*. Oxford University Press Oxford. 1 ed., 2015