

Des séismes aux vagues : un solveur spectral pour simuler la dynamique complète des tsunamis

T. Melkior^{1,2}, H.S. Bhat², F. Amlani¹

¹ Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay, Centrale Supélec, CNRS, {thomas.melkior, faisal.amlani}@ens-paris-saclay.fr

² Laboratoire de géologie de l'ENS, Ecole Normale Supérieure de Paris, CNRS, harshasbhat@gmail.com

Résumé — Pour modéliser les tsunamis, la dynamique sismique est souvent simplifiée en un déplacement instantané du fond marin. Ce travail étudie l'influence de cette dynamique sur la génération des tsunamis à l'aide d'un solveur spectral basé sur la Continuation de Fourier. Cette méthode d'ordre élevé supprime la dispersion numérique, ce qui améliore la précision à longue distance. Des benchmarks analytiques et expérimentaux ont prouvé la pertinence du solveur pour des simulations haute fidélité et à moindre coût, offrant de nouvelles perspectives pour la compréhension de ces phénomènes dévastateurs. De nouveaux résultats mettent en lumière la stabilité temporelle de ce solveur ainsi que sa capacité à modéliser la génération et propagation d'un tsunami dont la source provient d'un logiciel de simulation de rupture dynamique.

Mots clés — Tsunami, Dynamique sismique, Méthode spectrale.

1 Introduction

Afin d'améliorer la compréhension des mécanismes de génération et de propagation des tsunamis, et de permettre une évaluation plus rigoureuse des risques côtiers, la simulation numérique constitue un outil indispensable. Des événements atypiques tels que le tsunami de Palu (2018) [1] ont mis en évidence les limites des modèles actuels et souligné la nécessité d'approches plus complètes intégrant la dynamique sismique, souvent négligée mais pouvant s'avérer déterminante lorsque la rupture sismique se propage à une vitesse comparable à celle de propagation du tsunami [1, 2, 3]. Celle-ci peut être prise en compte dans des modèles 3D de couplage fluide-solide, cependant trop coûteux pour mettre en place des études paramétriques nécessaires pour l'analyse de risques. Nous prenons ici le parti d'un modèle simplifié basé sur des équations de Saint-Venant modifiées pour la prise en compte de mouvement dynamique du fond marin [4].

Les modèles utilisés à l'heure actuelle reposent généralement sur les volumes finis [5] ou les différences finies (FD) [6]. Cependant, ces méthodes sont sujettes à des erreurs de dispersion numérique qui s'accumulent au cours de la propagation, nécessitant un raffinement spatial et temporel souvent coûteux, voire prohibitif [7]. Dans ce contexte, nous proposons un solveur non linéaire bidimensionnel des équations de Saint-Venant, fondé sur la méthode de Continuation de Fourier (FC) [8, 9] qui prolonge une première étude unidimensionnelle [1] appliquée au tsunami de Palu. Cette approche spectrale offre une résolution d'ordre élevé des équations aux dérivées partielles tout en supprimant la dispersion numérique. FC constitue ainsi une alternative prometteuse pour la modélisation des tsunamis sismogéniques, en permettant de capturer efficacement les multiples échelles spatiales et temporelles mises en jeu. Ce couplage introduit de nouveaux défis numériques liés au caractère multi-échelle du problème, que la méthode FC permet de traiter avec efficacité [3]. Le présent solveur a démontré son efficacité dans le traitement de plusieurs benchmarks analytiques et expérimentaux [3].

Cette présente contribution se concentre sur de nouvelles études unidimensionnelles de ce solveur. Après la présentation du système d'équations 1D (Section 2.1) et de la méthode numérique (Section 2.2), les performances du solveur seront illustrées au moyen d'un nouveau résultat de cas test analytique démontrant l'efficacité longue propagation de FC (Section 2.3), puis par un nouveau résultat de couplage faible du solveur avec le logiciel de rupture sismique pour le traitement d'un problème de génération sismique de tsunami (Section 3).

2 Un solveur d'ordre élevé sans dispersion pour résoudre des équations de Saint-Venant avec mouvement de fond

2.1 Equations de Saint-Venant modifiées

Le solveur d'ordre élevé présenté dans cette étude s'appuie sur les équations des eaux peu profondes de Saint-Venant [10]. La validité de ce modèle, dérivé des équations complètes d'Euler par une approximation en profondeur moyenne, repose sur plusieurs hypothèses fondamentales [11] : le fluide est considéré incompressible, la pression est supposée hydrostatique, et la profondeur locale $h(x, y, t)$ est faible devant la longueur d'onde des vagues. Les composantes horizontales du champ de vitesses, $u(x, y, t)$ selon x et $v(x, y, t)$ selon y , sont supposées uniformes le long de la verticale z . Dans ce travail, le système est formulé dans un repère cartésien, hypothèse couramment admise tant que les distances de propagation restent faibles comparativement à la courbure terrestre.

Le modèle prend en compte les mouvements du fond marin dans le calcul de la profondeur totale [4]

$$h(x, y, t) = h_0(x, y) + \eta(x, y, t) - \xi(x, y, t).$$

Ici, $h_0(x, y)$ désigne la profondeur au repos (bathymétrie), $\eta(x, y, t)$ la surélévation de la surface libre, et $\xi(x, y, t)$ le déplacement vertical du fond marin associé à la perturbation sismique. La configuration du problème est représentée à la Figure 1. L'objectif de cette étude est de développer un solveur capable de reproduire l'évolution temporelle de la source sismique afin de modéliser avec fidélité les effets dynamiques du séisme sur la génération de tsunamis. Ces effets sont pris en compte à travers le déplacement $\xi(x, y, t)$ et sa dérivée temporelle $\xi_t(x, y, t)$ ¹.

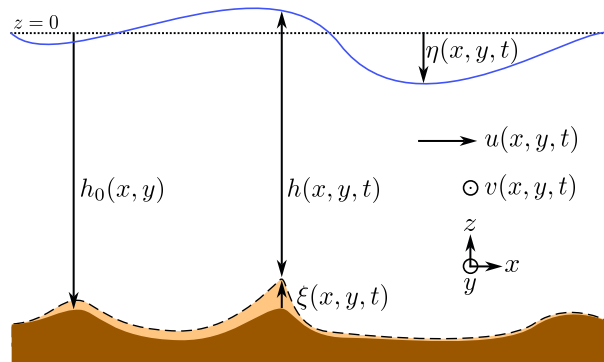


FIGURE 1 – Définition des grandeurs du modèle de Saint-Venant modifié (d'après [3]).

Dans la présente contribution, l'étude est limitée au cas unidimensionnel, pour lequel la direction transverse y est supposée invariante : les grandeurs ne dépendent donc pas de y , et la composante de vitesse correspondante est nulle, i.e. $v = 0$. La généralisation du solveur à la configuration bidimensionnelle ainsi que le traitement de problèmes 2D ont également été traités (voir [3]). Les équations de Saint-Venant modifiées 1D s'écrivent [1] :

$$\begin{cases} h_t + (hu)_x = 0, \\ (hu)_t + (hu^2)_x + gh\eta_x = 0, \end{cases} \quad \text{ou,} \quad \begin{cases} \eta_t + (hu)_x = \xi_t, \\ u_t + uu_x + g\eta_x = 0, \\ h(x, t) = h_0(x) + \eta(x, t) - \xi(x, t). \end{cases}$$

où g désigne l'accélération gravitationnelle (prise égale à $9,81 \text{ m/s}^2$), et $h = h(x, t) = h_0(x) + \eta(x, t) - \xi(x, t)$, en développant et en réorganisant le système, puis en supposant $h > 0$. Les inconnues sont le champ de vitesse horizontale $u = u(x, t)$ et la surélévation de la surface libre $\eta = \eta(x, t)$. Le caractère bien posé de ce système est assuré par des conditions aux limites appropriées, définies selon le cas d'étude.

Dans le cadre de cette étude, la profondeur au repos $h_0(x)$ ainsi que la perturbation sismique du fond marin $\xi(x, t)$, et sa vitesse $\xi_t(x, t)$, sont supposées connues a priori, cette dernière pouvant provenir de simulations de rupture sismique (voir Section 3) ou de données géophysiques.

1. Par souci de concision, les dérivées partielles selon x , y ou t seront notées en indice dans l'ensemble de ce document, par exemple : $\xi_t := \partial\xi/\partial t$.

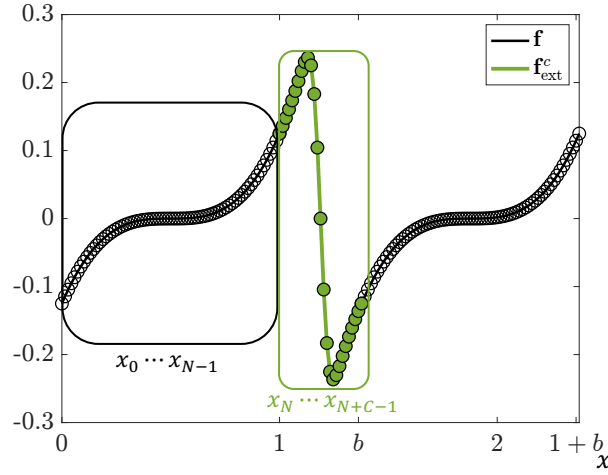


FIGURE 2 – Schéma de la continuation de Fourier (extension périodique de $f : x \mapsto (x - 1/2)^3$).

2.2 Un solveur basé sur la Continuation de Fourier

Soit $N \in \mathbb{N}^*$ le nombre de points utilisés pour discrétiser une fonction régulière (éventuellement non périodique) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$. On considère, sans perte de généralité, un intervalle unitaire, les résultats pouvant être étendus à tout intervalle par une transformation affine simple. En notant $(x_j)_{0 \leq j \leq N-1}$ les points de grille correspondant à une discrétisation uniforme de $[0, 1]$, c'est-à-dire $x_j = j\Delta x$ avec $0 \leq j \leq N-1$ et $\Delta x = 1/(N-1)$, la méthode de Continuation de Fourier (FC) consiste à prolonger f en une fonction f^c , périodique sur un intervalle étendu $[0, b]$ avec $b > 1$, représentable sous forme d'une série de Fourier tronquée :

$$f^c : \begin{cases} [0, b] \rightarrow \mathbb{C}, \\ x \mapsto \sum_{k=-M}^M a_k \exp\left(\frac{2\pi i k x}{b}\right), \end{cases} \quad (1)$$

où $M = (N+C)/2$ et C correspond au nombre de points d'extension définissant l'intervalle b , c'est-à-dire $b = (N+C-1)\Delta x$. Les coefficients a_k , pour $k = -M, \dots, M$, sont déterminés en minimisant l'erreur discrète entre f^c et la fonction originale f aux points de discrétisation $\mathbf{x} = [x_0, \dots, x_{N-1}]^T$:

$$(a_k)_{-M \leq k \leq M} = \arg \min \|f^c(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})\|_2. \quad (2)$$

Autrement dit, f^c s'approche d'une interpolation trigonométrique de f sur ses points discrets. La Figure 2 illustre l'extension obtenue à partir d'une fonction discrétisée $\mathbf{f} = [f(x_0), \dots, f(x_{N-1})]^T$ représentant la fonction continue $f : x \mapsto (x - 1/2)^3$, où $\mathbf{f}_{\text{ext}}^c$ représente les C valeurs interpolées dans l'intervalle $[1, b]$. La représentation discrète complète de la fonction prolongée f^c est alors donnée par la concaténation des valeurs de \mathbf{f} avec les valeurs de $\mathbf{f}_{\text{ext}}^c$.

Une fois les coefficients a_k de la série de Fourier (1) connus, les dérivées spatiales peuvent être obtenues analytiquement par dérivation terme à terme :

$$(f^c)'(x) = \sum_{k=-M}^M \frac{2\pi i k}{b} a_k \exp\left(\frac{2\pi i k x}{b}\right).$$

On obtient ainsi une approximation de la dérivée de f en restreignant f^c à l'intervalle original, c'est-à-dire $f'(x) \approx (f^c)'(x)$, $\forall x \in [0, 1]$.

Une propriété fondamentale des méthodes spectrales est que, si f est infiniment différentiable (C^∞), l'erreur de troncature converge vers zéro plus rapidement que toute puissance finie de Δx [7].

L'équation (2) peut être résolue, par exemple, à l'aide d'une décomposition en valeurs singulières (SVD). Cependant, la complexité associée, de l'ordre de $O(N^3)$, est prohibitive pour des problèmes dynamiques où cette opération doit être appliquée à chaque pas de temps. Pour remédier à cette difficulté, une version accélérée, appelée FC(Gram) et décrite dans [8, 3], est utilisée ici à l'ordre 5. Cette version, désignée par FC dans la suite, permet de réduire la complexité à $O(N \log N)$.

Cette méthode se généralise naturellement à deux dimensions en considérant le domaine 2D comme un ensemble de tranches 1D, prolongées successivement de manière périodique selon la procédure décrite ci-dessus, permettant ainsi le calcul des dérivées partielles.

Le solveur développé résout le système des équations des eaux peu profondes en utilisant un schéma temporel explicite, dans lequel les dérivées spatiales du terme d'évolution sont calculées via la méthode FC. Afin de préserver la haute précision et l'absence de dispersion caractéristiques de la méthode FC, un schéma temporel d'ordre élevé est intégré au solveur, à savoir le schéma explicite d'Adams-Bashforth à l'ordre quatre (AB4) [12].

2.3 Efficacité de la Continuation de Fourier : étude de propagation

L'étude de la dispersion du solveur ainsi que sa convergence ont été discutées dans la précédente contribution [3]. Ici, nous introduisons un nouveau résultat qui illustre la stabilité temporelle du modèle. L'évolution temporelle des erreurs numériques du solveur utilisant FC sont comparées à celles obtenues avec d'autres méthodes en utilisant une solution propagative manufacturée [13]. La solution de test est choisie sous la forme d'une onde sinusoïdale en propagation :

$$\begin{cases} \eta_{\text{ref}}(x, t) = \sin(2\pi(x - t)), \\ u_{\text{ref}}(x, t) = \cos(2\pi(x - t)), \end{cases}$$

définie sur un intervalle $x \in [0, 4.9]$, soit un nombre de 5 longueurs d'onde dans le domaine spatial. Chaque longueur d'onde est discrétisée avec $N_\lambda = 100$ points, ce qui correspond à $\Delta x = 10^{-2}$. Le re-tranchement de 0.1 dans l'intervalle spatial (intervalle de $[0, 4.9]$ au lieu de $[0, 5]$) évite le traitement d'une solution périodique sur le domaine, rendant pleinement pertinente l'application de la méthode FC. L'intervalle temporel est $t \in [0, 5T]$, où $T \in \mathbb{N}^*$ est le nombre de cycles complets de propagation sur l'ensemble du domaine (i.e., le nombre de fois qu'un point du domaine revient à sa position initiale). Les valeurs de la solution manufacturée sont imposées aux bords (conditions aux limites de type Dirichlet). La profondeur d'eau au repos est constante, $h_0(x) = 5$, et aucun mouvement du fond n'est considéré, c'est-à-dire $\xi(x, t) = 0$ pour tout x et t .

Lorsque T augmente, la solution se propage pendant plus longtemps, et effectue de plus en plus de cycles du domaine spatial. La Figure 3 montre l'évolution des erreurs en norme L^∞ pour T allant jusqu'à 20 cycles, comparant le solveur basé sur FC à celui utilisant des différences finies d'ordre 4 et 6 de manière alternative pour le calcul des dérivées spatiales. Les erreurs sont calculées par la norme infinie sur l'ensemble de l'espace et du temps (ici pour η) : $\text{Erreur } L^\infty = \frac{\max_{x,t} |\eta(x,t) - \eta_{\text{ref}}(x,t)|}{\max_{x,t} |\eta_{\text{ref}}(x,t)|}$.

On observe que l'erreur associée aux méthodes par différences finies (FD) augmente avec le nombre de cycles T jusqu'à finalement devenir infinie lorsque ces erreurs impliquent une violation de la contrainte $h > 0$, et ce, même pour des différences finies d'ordre élevé, allant jusqu'à l'ordre 6, des ordres largement supérieurs aux ordres habituellement employés dans les solveurs de tsunamis. Les schémas FD et éléments finis sont connus pour être sensibles aux erreurs de dispersion numérique (pollution) [7, 14], nécessitant un raffinement conséquent du maillage pour atteindre une précision donnée sur de longues distances et durées de propagation. En revanche, le solveur basé sur la méthode FC conserve une erreur constante, le niveau d'erreur est donc uniquement déterminé par le nombre de points par longueur d'onde, ce qui constitue un avantage majeur pour la simulation de problèmes de propagation d'ondes (telles que les tsunamis). Bien qu'ayant considéré ici le système 1D, les conclusions peuvent être généralisées au cas 2D.

3 Génération de tsunami par rupture sismique dynamique

3.1 Problème sismique étudié

Dans cette partie, le modèle de tsunami est mis en oeuvre dans un scénario de rupture sismique correspondant à une faille de type subduction. La situation est une version 2D du benchmark sismique TPV10 du *Statewide California Earthquake Center* (SCEC) [15]. Il s'agit de l'étude d'une faille normale de type *dip-slip* inclinée à 60° , affleurant à la surface terrestre, et caractérisée par des contraintes initiales tangentielles et normales variant linéairement avec la profondeur.

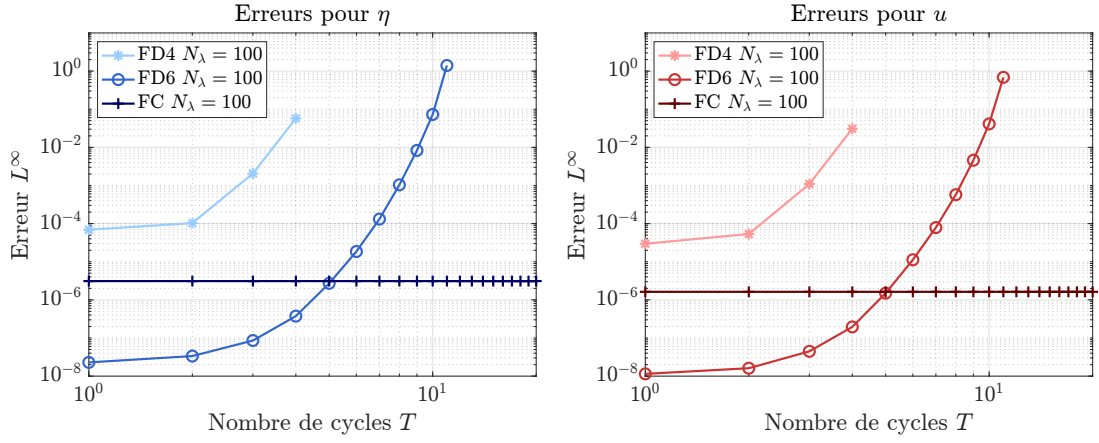


FIGURE 3 – Etude de stabilité pour le solveur.

Pour modéliser cette configuration sismique, et obtenir les déplacements du fond marin nécessaires à la modélisation du tsunami, le solveur libre SEM2DPACK a été utilisé [16]. SEM2DPACK est un logiciel utilisant les éléments spectraux (SEM), une catégorie d'éléments finis mettant en oeuvre une interpolation d'ordre élevé, avec une quadrature de type Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) permettant de rendre la matrice de masse diagonale [17].

Le domaine considéré, illustré Figure 4a, est une section de sol 2D $x \in [-15, 15]$ km, $z_s \in [-20, 0]$ km de surface plane (correspondant au fond marin) $z_s = 0$. Une ligne de discontinuité représentant la faille sismique d'angle de pendage (*dip angle*) 60° et de 15km de longueur est placée à partir de l'origine ($x = 0, z_s = 0$). Une loi de frottement *slip-weakening* [18] (de type Coulomb régularisé) de glissement critique D_c , et de coefficients de frottement statique μ_s et dynamique μ_d est utilisée. Les conditions aux limites sont de type absorbantes [19] sur les bords du domaine $x = -15$ km, $x = 30$ km et $z_s = -20$ km tandis qu'une condition aux limites libre est appliquée sur le bord $z_s = 0$. Le nombre d'éléments spectraux dans la direction horizontale est 226, et 101 dans la direction verticale pour une taille maximale de maille de 78m. Les éléments sont d'ordre 4 (5 noeuds GLL par bord d'élément). Cette discrétisation assure la présence de 10 points dans la zone cohésive ce qui permet une résolution satisfaisante de la rupture [20]. Les paramètres physiques considérés sont répertoriés dans le tableau Table 1. Afin d'amortir les artefacts numériques haute fréquence générés par la faille dynamique, une viscosité de Kelvin-Voigt (paramètre η_{KV}) est employée [21].

TABLE 1 – Paramètres utilisés pour la simulation de rupture dynamique correspondant au problème de référence *TPV10* [15]

Paramètres	Symbole	Valeur
Densité du milieu	ρ	2700 [kg/m^3]
Vitesse de propagation des ondes P	c_p	5716 [m/s]
Vitesse de propagation des ondes S	c_s	3300 [m/s]
Distance de glissement critique	D_c	0.5 [m]
Coefficient de frottement statique	μ_s	$\mu_s(w)$ [-]
Coefficient de frottement dynamique	μ_d	0.448 [-]
Contrainte normale initiale	σ_n	$\sigma_n(w)$ [MPa]
Contrainte tangentielle (parallèle à la faille) initiale	σ_t	$\sigma_t(w)$ [MPa]
Cohésion	C_0	$C_0(w)$ [MPa]
Viscosité artificielle	η_{KV}	0.25 [s]
Perturbation du coefficient de frottement statique	$\Delta\mu$	0.0057 [-]

La contrainte tangentielle initiale hors plan est considérée nulle. On se place dans l'hypothèse d'un problème de type P-SV. On définit la distance dans la direction du pendage (*down-dip distance*) par

$$w = |z_s| / \sin(60^\circ).$$

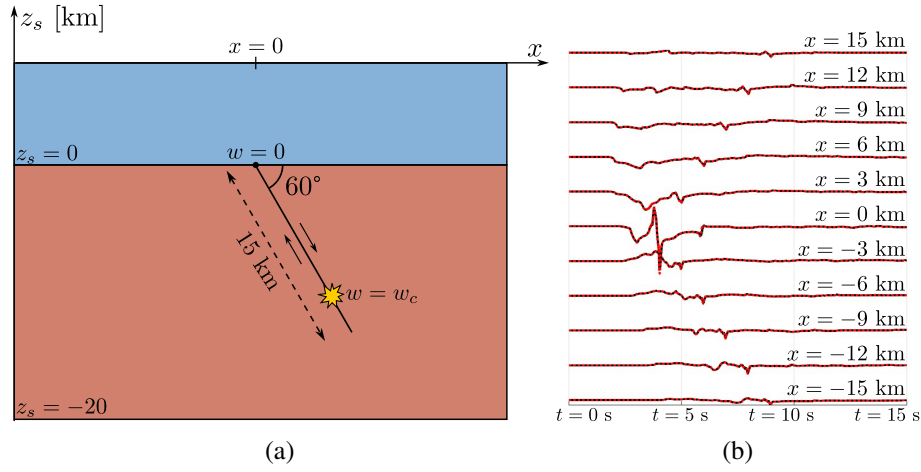


FIGURE 4 – 4a : Configuration pour le problème sismique. 4b : Visualisation de la composante verticale du champ de vitesse obtenu à la surface du fond marin ($z_s = 0$), pour deux discrétisations : $h = 200\text{m}$ (noir) et $h = 100\text{m}$ (rouge). L'amplitude positive maximale est de 2.15 m/s .

Les contraintes normale à la faille σ_n et tangentielle à la faille σ_t initiales sont distribuées de manière à varier en fonction de cette distance, selon

$$\sigma_n(w) = 7.378(\text{MPa/m}) \cdot w$$

$$\sigma_t(w) = \begin{cases} C_0(w) + (\mu_s(w) + \Delta\mu)\sigma_n(w), & |w - w_c| < 1.5\text{km} \\ 0.55\sigma_n(w), & \text{sinon,} \end{cases}$$

où $w_c = 12\text{ km}$ désigne la distance de pendage de l'hypocentre. Afin de limiter la rupture sismique à la zone de la faille, la cohésion C_0 , ainsi que le coefficient de frottement statique μ_s sont augmentés hors de la zone de rupture, selon

$$C_0(w) = \begin{cases} 1000\text{ MPa}, & w > 15\text{km} \\ 0.2\text{ MPa}, & w \leq 15\text{km}, \end{cases} \quad \mu_s(w) = \begin{cases} 10^4, & w > 15\text{km} \\ 0.760, & w \leq 15\text{km}. \end{cases}$$

Le schéma temporel utilisé est de type *Leapfrog* avec un paramètre de Courant 0.5 et pour une durée totale simulée de 15s. Le champ de vitesse $v_z = \partial u_z / \partial t$ obtenu au niveau de la surface du sol ($z_s = 0$) est représenté Figure 4b. Ce champ de vitesse représente le terme source $\xi_t(x, t)$ utile pour la modélisation du tsunami. Le terme source de déplacement vertical, $\xi(x, t)$ est obtenu par intégration trapézoïdale par $\xi(x, t) = \int_0^t \xi_t(x, \tau) d\tau$ auquel on a ajouté la contribution des déplacements horizontaux selon [22].

3.2 Simulation du tsunami généré par le séisme

A partir de ce signal sismique qui produit un mouvement de fond, le solveur présenté dans notre précédente étude [3] a été utilisé dans sa version 1D pour modéliser la génération et la propagation du tsunami correspondant. Conformément aux différentes échelles étudiées, le domaine spatial d'étude du tsunami, ainsi que sa durée totale simulée, sont plus grands que ceux du séisme, à savoir $x \in [-20, 25]\text{ km}$, et pour une durée simulée de 3min 20s.

La bathymétrie considérée est un océan d'une profondeur maximale $D = 5\text{ km}$ ainsi qu'une côte décrite par un profil de type tangente hyperbolique conduisant à une profondeur minimale de 100m, décrite par

$$b(x) = \frac{B}{2} (1 - \tanh(a(x_1 - x))),$$

où $B = 4.9\text{ km}$, $a = 10^{-3}\text{ m}^{-1}$ et $x_1 = 20\text{ km}$. Comme illustré sur la Figure 5a, le domaine utilisé pour la source sismique correspond bien à un fond plat.

Le solveur utilisé est celui décrit dans la Section 2.2, avec une discrétisation spatiale de 600 points ($\Delta x = 75\text{ m}$) et une constante CFL égale à 0.17 (conformément à [3]), ce qui implique un pas de temps $\Delta t = 0.17\Delta x / \sqrt{gD} = 0.06\text{ s}$ ($g = 9.81\text{ m.s}^{-2}$).

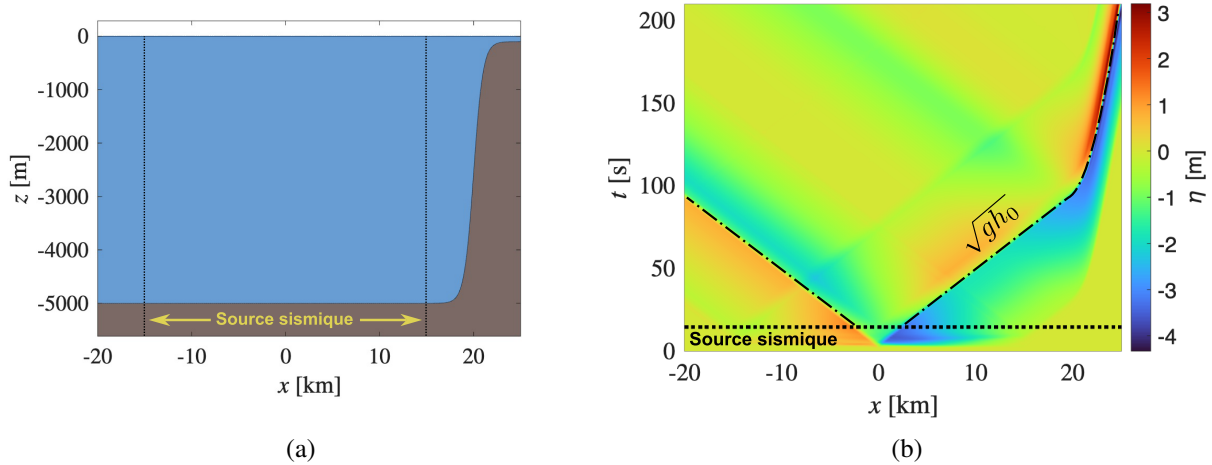


FIGURE 5 – 5a : Profil du problème de tsunami. 5b : Evolution de la surface libre $\eta(x,t)$ correspondant au problème sismique étudié.

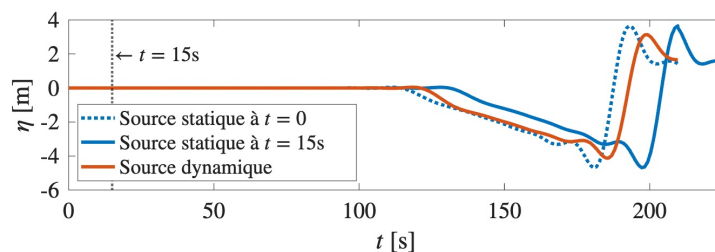


FIGURE 6 – Evolution de la surface libre à une station située à la position $x = 24.3$ km.

L'évolution du tsunami, représentée Figure 5b, illustre la génération dynamique du tsunami à $t \approx 2$ s, puis sa propagation à la vitesse \sqrt{gh} jusqu'à l'approche de la côte où la vague ralentit et atteint son amplitude maximale de 3.15m à $t = 3$ min 19s. La Figure 6 représente l'arrivée des vagues au niveau d'une station côtière qui serait située à $x = 24.3$ km, et compare les tsunamis produits par la source dynamique telle que donnée par la modélisation sismique, à une source statique (instantanée) correspondant au déplacement total produit. La source statique est représentée telle que générée au début ($t = 0$ s) ou bien à la fin du signal sismique ($t = 15$ s), ce dernier étant un choix courant dans les logiciels usuels de modélisation des tsunamis. La source statique conduit à une erreur sur l'amplitude (+0.51m, i.e. +16%) ainsi que sur l'instant d'arrivée de la vague (+8.7s, i.e. +4.4%). Des erreurs dues à l'approximation statique ont également été observées dans [1, 3].

4 Conclusions et perspectives

Cette étude présente de nouveaux résultats obtenus par un solveur spectral d'ordre élevé, présenté dans une précédente contribution [3]. Ce solveur, basée sur le développement d'un solveur spectral d'ordre élevé fondé sur la méthode de Fourier Continuation (FC), permet la résolution des équations non linéaires des eaux peu profondes avec topographie bathymétrique en mouvement. L'absence de cumul des erreurs numériques illustrée dans le présent document confère à cet outil une grande précision pour la modélisation à longue portée des tsunamis. Comparée aux approches classiques basées sur les différences finies ou les éléments finis, la méthode FC préserve la forme des ondes sur de vastes domaines spatio-temporels tout en maintenant un coût de calcul compétitif — une caractéristique essentielle pour les applications d'alerte et d'évaluation du risque de tsunami.

La validation du solveur sur des jeux de données expérimentales [3] a démontré sa capacité à reproduire avec fidélité les phénomènes physiques impliqués dans la génération et la propagation des tsunamis. Dans la présente étude, un cas d'application de couplage faible séisme-tsunami illustre la pertinence du modèle pour la modélisation fidèle de tsunami causé par des mouvements réalistes du fond marin.

Les perspectives futures incluent le couplage avec des modèles dynamiques de rupture sismique sur

des scénarios 2D/3D en vue d'une simulation intégrée séisme–tsunami à grande échelle.

Références

- [1] F. Amlani et al, *Supershear shock front contribution to the tsunami from the 2018 Mw 7.5 Palu, Indonesia earthquake*, Geophysical Journal International, 2089–2097, 2022.
- [2] L. S. Abrahams, L. Krenz, E. M. Dunham, A.-A. Gabriel, T. Saito, *Comparison of methods for coupled earthquake and tsunami modelling*, Geophysical Journal International, 404–426, 2023.
- [3] T. Melkior, H.S. Bhat, F. Amlani, *Tsunami modeling with dynamic seafloors : a high-order solver validated with shallow water benchmarks*, arXiv, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2508.20596>, 2025
- [4] D. Dutykh, D. Clamond, *Modified shallow water equations for significantly varying seabeds*, Applied mathematical modelling, 9767–9787, 2016.
- [5] R. J. LeVeque, D. L. George, M. J. Berger, *Tsunami modelling with adaptively refined finite volume methods*, Acta Numerica, 211–289, 2011.
- [6] F. Imamura, A. C. Yalciner, G. Ozyurt, *Tsunami modelling manual (TUNAMI model)*, 1995.
- [7] D. Durran, *Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid Dynamics*, Springer New York, 1999.
- [8] F. Amlani, O. P. Bruno, *An FC-based spectral solver for elastodynamic problems in general threedimensional domains*, Journal of Computational Physics, 333 – 354, 2016.
- [9] O. P. Bruno, M. Lyon, *High-order unconditionally stable fc-ad solvers for general smooth domains i. basic elements*, Journal of Computational Physics, 2009–2033, 2010.
- [10] B. De St Venant, *Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction de marées dans leurs lits*, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 148–154, 1871.
- [11] A. Kundu, *Tsunami and nonlinear waves*, Springer, 2007.
- [12] J.-P. Demailly, *Analyse numérique et équations différentielles*, EDP Sciences, 2016.
- [13] P. J. Roache, *Code Verification by the Method of Manufactured Solutions*, Journal of Fluids Engineering 124, 4–10, 2001.
- [14] A. Deraemaeker, I. Babuška, P. Bouillard, *Dispersion and pollution of the fem solution for the helmholtz equation in one, two and three dimensions*, International journal for numerical methods in engineering, 471–499, 1999.
- [15] R. A. Harris et al., *A suite of exercises for verifying dynamic earthquake rupture codes*, Seismological Research Letters, 1146-1162, 2018.
- [16] J. P. Ampuero et al, *SEM2DPACK v2.3.9*, doi :10.5281/zenodo.13821494, 2024.
- [17] D. Komatitsch, J. P. Vilotte, *The spectral element method : an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures*, Bulletin of the seismological society of America, 368-392, 1998.
- [18] Y. Ida, *Cohesive force across the tip of a longitudinal-shear crack and griffith's specific surface energy*, Journal of Geophysical Research, 77(20), 3796–3805, 1972.
- [19] R. Clayton, B. Engquist, *Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations*, Bulletin of the seismological society of America, 1529-1540, 1977.
- [20] A. Bizzarri, H.S. Bhat, *The Mechanics of Faulting : From Laboratory to Real Earthquakes*, 2012.
- [21] P. Hajikarimi, F.M. Nejad, *Applications of Viscoelasticity : Bituminous Materials Characterization and Modeling*, Elsevier, 2021.
- [22] A. Elbanna, M. Abdelmeguid, X. Ma, F. Amlani, H.S. Bhat, C. Synolakis, A.J. Rosakis, *Anatomy of strike-slip fault tsunami genesis*, Proceedings of the National Academy of Sciences, 2021.