

Impact des écarts géométriques sur l'usure de liaisons lisses en phase de prédimensionnement – Application au système VSV (Variable Stator Vanes)

V. Fouquet^{1,2}, P.-A. Guidault¹, F. Louf¹, P.-A. Boucard¹, J.-H. Lexilus², A. Ahyee², N. Serres²

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMPS - Laboratoire de Mécanique de Paris-Saclay, 91190, Gif-sur-Yvette, France, {vivien.fouquet, pierre-alain.guidault, francois.louf, pierre-alain.boucard}@ens-paris-saclay.fr

² Safran Group, Safran Aircraft Engines, site de Villaroche, 77550, Moissy-Cramayel, France, {vivien.fouquet, jean-hilaire.lexilus, amakoe.ahyee, nathalie.serres}@safrangroup.com

Résumé — Les phénomènes d'usure au sein des assemblages constituent l'un des facteurs limitant la durée de vie des pièces de guidage. En particulier dans l'industrie aéronautique, la maîtrise des écarts géométriques et de l'usure des guidages représente un enjeu majeur pour les bureaux d'études lors des phases de prédimensionnement, ce qui justifie le développement d'outils numériques dédiés. Le présent travail propose une modélisation simplifiée de l'usure dans les liaisons à contact conforme, intégrant la prise en compte des écarts géométriques sur un grand nombre de cycles de fonctionnement.

Mots clés — usure, prédimensionnement, VSV, assemblage, méthodes numériques.

1 Introduction

Les turbomachines intègrent divers dispositifs destinés à optimiser leurs performances aérodynamiques et leur rendement global. Dans le cadre de cette étude, l'attention est portée sur le système d'orientation des aubages de stator, implanté au sein du compresseur haute pression. Ce dispositif, connu sous le nom de Variable Stator Vanes (VSV) [6], constitue un système cinématique complexe associé aux premiers étages du compresseur haute pression. Il permet d'ajuster l'angle d'incidence des aubes de stator en fonction des conditions d'écoulement de l'air primaire incident.

L'intérêt principal de ce mécanisme réside dans sa capacité à maintenir un débit d'air quasi constant en entrée de la chambre de combustion, garantissant ainsi une combustion plus stable et plus efficace du carburant. Un second avantage essentiel du VSV est la prévention des phénomènes d'instabilités aérodynamiques, notamment les pompages, qui peuvent survenir lors du fonctionnement du compresseur à des régimes transitoires ou à charge partielle.

Sur le plan technologique, le guidage des aubes de stator est assurée par un ensemble de douilles, qui permettent à l'aube de pivoter en fonction de la consigne de position issue du système d'actionnement. L'ensemble forme une chaîne cinématique de précision dont la fiabilité et la robustesse conditionnent le bon fonctionnement du compresseur et, par conséquent, les performances globales de la turbomachine.

Pendant, l'un des défis majeurs associés à ces mécanismes d'orientation réside dans l'apparition d'oscillations indésirables durant les phases de vol en régime de croisière. Ces oscillations, issues à la fois d'instabilités de commande et des excitations mécaniques inhérentes aux machines tournantes, induisent des mouvements relatifs entre les composants du système d'orientation. Sous l'effet des chargements aérodynamiques variables, ces mouvements engendrent une usure localisée au niveau des éléments de guidage tels que les douilles ou les rotules.

La dégradation progressive de ces composants peut altérer la précision du positionnement des aubes et, à termes, compromettre l'intégrité du compresseur. Comme illustré sur la Figure 1, une réduction excessive du jeu axial entre les aubes de rotor et de stator peut entraîner un contact rotor-stator, voire provoquer des phénomènes de pompage susceptibles d'endommager gravement la turbomachine.

Il s'agit d'un mécanisme éprouvé bénéficiant de nombreux retours d'expérience en flotte. L'enjeu principal consiste alors à optimiser la planification des opérations de maintenance, en s'appuyant sur des modèles capables de prédire l'évolution de l'usure et d'anticiper les interventions au moment le plus opportun.

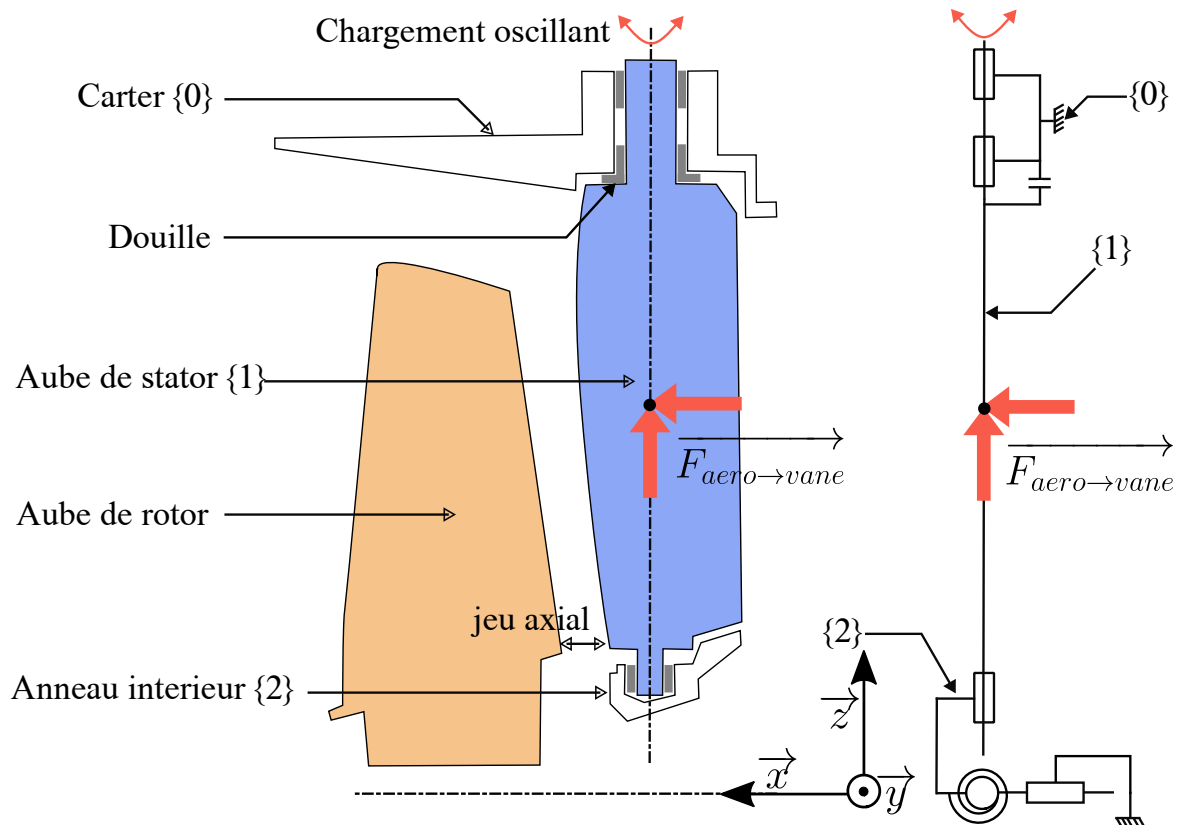


FIGURE 1 – Exemple de configuration de mécanisme VSV, avec deux douilles supérieures possédant une collerette et une douille inférieure dans un anneau flottant relié à toutes les aubes.

L'un des défis majeurs pour les industries de pointe, telles que Safran Aircraft Engines, réside dans la réduction des cycles de développement tout en garantissant la fiabilité et la performance des solutions conçues. Dans cette optique, des outils de pré-dimensionnement sont en cours de développement. Ces outils visent à fournir une évaluation rapide et pertinente des comportements mécaniques des systèmes étudiés, en conciliant efficacité numérique et précision suffisante pour répondre aux exigences des ingénieurs concepteurs.

2 Approche locale-globale en HPP du contact avec usure au sein des liaisons usuelles

Les calculs d'usure constituent un problème particulièrement coûteux et fortement non linéaire, en raison notamment des phénomènes de contact et des modifications de géométrie induites par la loi d'usure. Les méthodes classiques d'éléments finis, largement utilisées en ingénierie pour représenter avec précision la géométrie et les conditions de chargement, offrent une description fine du problème mais au prix d'un temps de calcul très élevé [7, 8].

L'approche développée dans ce travail repose sur une modélisation simplifiée du problème de contact conforme des liaisons soumises à l'usure [2]. Afin de rendre le problème traitable analytiquement et numériquement, plusieurs hypothèses sont retenues :

- les solides considérés sont supposés rigides ;
- le cadre des petites perturbations est adopté ;
- les surfaces en contact sont idéalisées comme parfaitement lisses (absence de rugosité) ;
- le mécanisme d'usure est de type abrasif à deux corps ;
- seul le composant de guidage est sujet à l'usure, la pièce guidée étant supposée non dégradée.

2.1 Calcul de l'interpénétration dans un solide

Le recours à l'hypothèse des petites perturbations permet d'utiliser le formalisme des torseurs des petits déplacements pour la description cinématique des liaisons usuelles. Ainsi, les mouvements relatifs d'un solide (S_1) par rapport à un solide (S_2) peut être exprimé sous la forme d'un torseur de petits déplacements :

$$\{\mathcal{D}_{S_1/S_2}(t)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\alpha}_{S_1/S_2}(t) \\ \vec{d}_{S_1/S_2}(O,t) \end{array} \right\}_O \quad (1)$$

où $\vec{\alpha}_{S_1/S_2}(t)$ et $\vec{d}_{S_1/S_2}(O,t)$ représentent respectivement la rotation infinitésimale et le déplacement du point O du solide (S_1) par rapport à (S_2). Ces grandeurs traduisent les mouvements non compatibles au sein de la liaison mécanique c'est-à-dire à de l'interpénétration des surfaces en contact.

L'objectif est de déterminer le déplacement normal au niveau de la surface de contact, grandeur essentielle pour le calcul de l'interpénétration. Le déplacement relatif en un point M de la surface de contact de S_1 par rapport à S_2 , soumis au processus d'usure, s'écrit alors :

$$\vec{d}_{S_1/S_2}(M,t) = \vec{d}_{S_1/S_2}(O,t) + \vec{MO} \wedge \vec{\alpha}_{S_1/S_2}(t)$$

En tout point M de la surface potentielle de contact, le déplacement relatif peut être projeté sur la normale de contact $\vec{n}(M)$ et comparé au champ de jeu $g_0(M,t)$, pour obtenir l'interpénétration $\delta_{S_1/S_2}(M,t)$ entre les solides (S_1) et (S_2).

$$\delta_{S_1/S_2}(M,t) = \left\langle \vec{d}_{S_1/S_2}(M,t) \cdot \vec{n}(M) - g_0(M,t) \right\rangle_+ \quad (2)$$

2.2 Prise en compte des écarts géométriques

L'intérêt de ce formalisme réside dans sa capacité à prendre en compte les éventuels écarts géométriques présents au sein d'un assemblage mécanique. En effet, un écart géométrique peut être représenté, dans le cadre de la méthode des indéterminés [3], par un torseur des petits déplacements. Il devient ainsi possible de décrire la position relative d'un élément de guidage par rapport à un bâti (S_0) tout en intégrant les effets de ces écarts géométriques comme illustré avec l'exemple d'un guidage cylindrique en Figure 2.

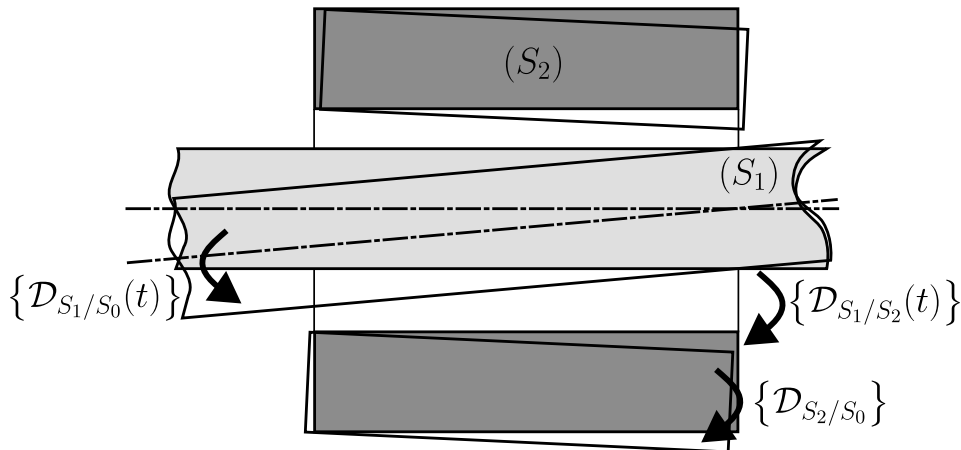


FIGURE 2 – Représentation des torseurs de petits déplacements traduisant les écarts géométriques d'une liaison cylindrique avec jeu.

Dans ce contexte, on s'intéresse toujours au mouvement relatif entre deux solides (S_1) et (S_2), mais cette fois en tenant compte de leurs positions respectives par rapport au bâti. Le torseur de déplacement relatif s'écrit alors :

$$\{\mathcal{D}_{S_1/S_2}(t)\} = \{\mathcal{D}_{S_1/S_0}(t)\} + \{\mathcal{D}_{S_0/S_2}\}$$

où $\{\mathcal{D}_{S_1/S_2}(t)\}$ représente, dans ce formalisme, le torseur de jeu associé à la liaison entre les solides (S_1) et (S_2) , $\{\mathcal{D}_{S_1/S_0}(t)\}$ décrit la position du solide guidé par rapport au bâti au cours du temps, et $\{\mathcal{D}_{S_0/S_2}\}$ correspond au torseur d'écart de la pièce de guidage par rapport à ce même bâti.

Ce formalisme offre ainsi un cadre rigoureux permettant d'intégrer la géométrie réelle des assemblages dans l'analyse des contacts, et constitue une étape clé dans la modélisation du comportement global du mécanisme soumis à l'usure.

2.3 Lien entre interpénétration et usure

D'après les observations de [4] s'appuyant sur la loi d'Archard [1], le volume usé est proportionnel à l'énergie dissipée par frottement dans le mouvement relatif d'un solide sur un autre. On peut écrire le volume usé par unité de surface comme le produit $u dS$ avec u la profondeur d'usure et dS un élément de surface infinitésimal. La profondeur d'usure est alors proportionnelle à l'énergie dissipée spécifique :

$$u(M,t) = \int_0^t \gamma \mu p(M,\tau) |v_g(M,\tau)| d\tau \quad (3)$$

où γ est le coefficient d'usure énergétique ($mm^3 J^{-1}$), μ le coefficient de frottement utilisé par le modèle de Coulomb, $p(M,t)$ la pression de contact locale et $|v_g(M,t)|$ la norme de la vitesse de glissement. On notera que la vitesse de glissement sera considérée comme constante, de telle sorte qu'elle dissipe autant d'énergie que sur une période d'oscillation [5].

Le champ g_0 précédemment introduit dans (2) résulte du champ de jeu d'assemblage initial et du champ d'usure courant :

$$g_0(M,t) = j + u(M,t) \geq 0$$

L'interpénétration (2) entre les deux solides n'étant physiquement pas possible, on cherche le champ d'usure $u(M,t)$ qui l'annule :

$$u(M,t) = \vec{d}_{S_1/S_2}(M,t) \cdot \vec{n}(M) - j$$

En dérivant cette relation par rapport au temps et à l'aide de (3), on obtient :

$$\frac{\partial u(M,t)}{\partial t} = \frac{\partial \left(\vec{d}_{S_1/S_2}(M,t) \cdot \vec{n}(M) - j \right)}{\partial t} = \gamma \mu p(M,t) |v_g(M,t)|$$

Cela montre que la pression p évolue en fonction de la variation de l'interpénétration au cours du temps.

Cette loi d'évolution de l'usure est intégrée par un schéma d'Euler implicite :

$$\frac{\partial u(M,t)}{\partial t} \approx \frac{u(M,t) - u(M,t - \Delta t)}{\Delta t} = \gamma \mu p(M,t) |v_g(M,t)|$$

L'incrément d'usure est défini par : $\Delta u = u(M,t) - u(M,t - \Delta t)$. Cela permet de relier l'incrément d'usure à l'interpénétration et à la pression. L'incrément d'usure étant toujours positif au contact, on utilise la partie positive :

$$\begin{cases} \Delta u(M,t) = \gamma \mu p(M,t) |v_g(M,t)| \Delta t \\ \Delta u(M,t) = \left\langle \vec{d}_{S_1/S_2}(M,t) \cdot \vec{n}(M) - j - u(M,t - \Delta t) \right\rangle_+ \end{cases}$$

Finalement, on peut écrire la relation de comportement locale :

$$\begin{aligned} p(M,t) &= \frac{1}{\gamma \mu |v_g(M,t)| \Delta t} \left\langle \vec{d}_{S_1/S_2}(M,t) \cdot \vec{n}(M) - j - u(M,t - \Delta t) \right\rangle_+ \\ &= K(M,t) \Delta u(M,t) \end{aligned} \quad (4)$$

Au bilan, on en déduit que la pression et donc l'incrément d'usure sont reliées aux éléments de réduction du torseur des petits déplacements (1) via (4).

2.4 Calcul des efforts au sein de la liaison

Le torseur des actions mécaniques de contact du solide (S_2) sur le solide (S_1) au centre de la liaison O est alors défini comme suit :

$$\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{S_2 \rightarrow S_1}(t) = \int_S p(M,t) \vec{n}(M) + \tau(M,t) \vec{t} \, dS \\ \vec{M}_{S_2 \rightarrow S_1}(O,t) = \int_S \vec{OM} \wedge (p(M,t) \vec{n}(M) + \tau(M,t) \vec{t}) \, dS \end{array} \right\}_O$$

Pour déterminer ce torseur, il est nécessaire de connaître la distribution de la pression normale de contact $p(M,t)$ ainsi que la composante tangentielle $\tau(M,t) \vec{t}(M,t)$. Pour cette dernière, on utilise généralement le modèle de Coulomb.

En utilisant la loi de comportement locale au contact $p(M,t) = K(M,t)\Delta u(M,t)$ définie en (4) et en introduisant la grandeur $\varepsilon = \pm 1$ symbolisant le sens de la vitesse de glissement :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{S_2 \rightarrow S_1}(t) &= \int_S K(M,t)\Delta u(M,t)(\vec{n}(M) + \varepsilon\mu \vec{t}) \, dS \\ \vec{M}_{S_2 \rightarrow S_1}(O,t) &= \int_S K(M,t)\Delta u(M,t)\vec{OM} \wedge (\vec{n}(M) + \varepsilon\mu \vec{t}) \, dS \end{aligned}$$

L'intégration numérique de ces quantités est réalisée en distribuant des points d'intégrations sur les surfaces géométriques.

3 Résolution du problème de contact avec usure

Les données connues du problème sont les actions mécaniques extérieures. Le problème inverse consiste ainsi à trouver le torseur des petits déplacements permettant de vérifier l'équilibre entre les actions mécaniques extérieures et les actions transmissibles par la liaison. On note $\{q\}$ le vecteur contenant les composantes de translations et de rotations du solide (S_1) par rapport au solide (S_2) (c'est à dire les composantes du torseur des petits déplacements défini en équation 1) .

$$\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}(\{q\}) = -\{\mathcal{T}(ext \rightarrow S_1)\}$$

Le système d'équations d'équilibre étant non linéaire, on utilise une méthode numérique de Newton-Raphson pour le résoudre. Il est nécessaire de régulariser le problème pour éviter les problèmes de modes rigides associés aux petits mouvements possibles à l'initialisation dû au fait qu'un jeu j initial (positif) est introduit. La régularisation est réalisée en introduisant des ressorts de faibles raideurs assurant des forces de rappel minimales associées aux composantes du torseur des petits déplacements. Le critère d'arrêt de l'algorithme prend en référence le résidu normé par les efforts extérieurs [5].

Dans le but d'accélérer les calculs, une attention particulière est donnée à l'obtention du jacobien. En effet, il est possible de trouver une approximation analytique du jacobien en négligeant l'usure et en considérant une vitesse de glissement uniforme dans le cas d'une surface cylindrique [5]. La même méthode est appliquée dans celui d'une surface plane ou sphérique. En complément, un jacobien calculé numériquement permet d'aider à la convergence des itérations dans le cas où le chargement est réorienté. En plus de cette stratégie, un algorithme de pas temporel adaptatif est réalisé de telle sorte à ce que l'évolution non-linéaire de la phase de rodage soit prise en compte.

4 Application au guidage hyperstatique d'une aube VSV

L'application proposée dans ce travail concerne le guidage d'une aube de VSV, tel qu'illustré en Figure 1. Le montage étudié correspond à une configuration où l'anneau intérieur est considéré comme encastré avec le bâti, le seul mouvement autorisé en configuration parfaite étant la rotation de l'aube autour de son axe.

Dans ce cas, la liaison équivalente entre l'aube et le bâti est fortement hyperstatique. Une telle configuration implique que la répartition des efforts dans les paliers est particulièrement sensible aux écarts

géométriques introduits lors de l'assemblage. Ces écarts influencent directement l'apparition de zones de contact localisées et, par conséquent, les phénomènes d'usure susceptibles d'affecter la durabilité et les performances du mécanisme.

Les écarts géométriques sont les composantes des torseurs des petits déplacements présentés en 2.2. Ainsi, avec $douille_i$, i valant respectivement 1 et 2 pour les 2 douilles du haut, et 3 pour la douille inférieure et la collerette modélisée par une liaison appui plan :

$$\left\{ \mathcal{D}_{douille_i/bati} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\alpha}_{douille_i/bati} = \alpha_{xi} \vec{x} + \alpha_{yi} \vec{y} \\ \vec{d}_{douille_i/bati}(O_i) = d_{xi} \vec{x} + d_{yi} \vec{y} \end{array} \right\}_{O_i}$$

$$\left\{ \mathcal{D}_{collerette/bati} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\alpha}_{collerette/bati} = \alpha_{xc} \vec{x} + \alpha_{yc} \vec{y} \\ \vec{d}_{collerette/bati}(O_c) = \vec{0} \end{array} \right\}_{O_c}$$

Pour évaluer l'impact des écarts géométriques sur le système VSV, la méthodologie retenue consiste à effectuer des tirages de Monte-Carlo (10000 tirages), permettant de générer un ensemble d'écarts géométriques pour chaque liaison selon une loi de probabilité uniforme. On présente les intervalles de ces écarts dans le tableau 1. Les phénomènes seront observés sur un nombre important d'heure de vol (10000 heures) à chargement constant dans le but de se rapprocher du cycle de vie de l'appareil entre deux maintenances.

	d_{xi}	d_{yi}	α_{xi}	α_{yi}	α_{xc}	α_{yc}
min	$-\frac{j}{2}$	$-\frac{j}{2}$	-1°	-1°	-1°	-1°
max	$\frac{j}{2}$	$\frac{j}{2}$	1°	1°	1°	1°

TABLE 1 – Plage de variation des écarts géométriques avec $i \in \{1, 2\}$

La Figure 3 illustre la densité de probabilité du jeu axial (défini en Figure 1) restant entre l'aube de stator et de rotor à la fin de la simulation. Les valeurs de jeu axial restant sont normalisées par rapport au jeu axial initial. Après propagation des défauts au sein du modèle, la loi de distribution du jeu axial restant peut être modélisé par une loi normale. Sur la Figure 3, un jeu axial maximal a été donné, l'interprétation de l'ingénieur de cette courbe est ainsi de dire que la probabilité de défaillance du système est égale au ratio de l'aire sous la courbe de la zone en rouge sur l'aire totale sous la courbe. Dans l'exemple présenté cette probabilité est de l'ordre de 9%.

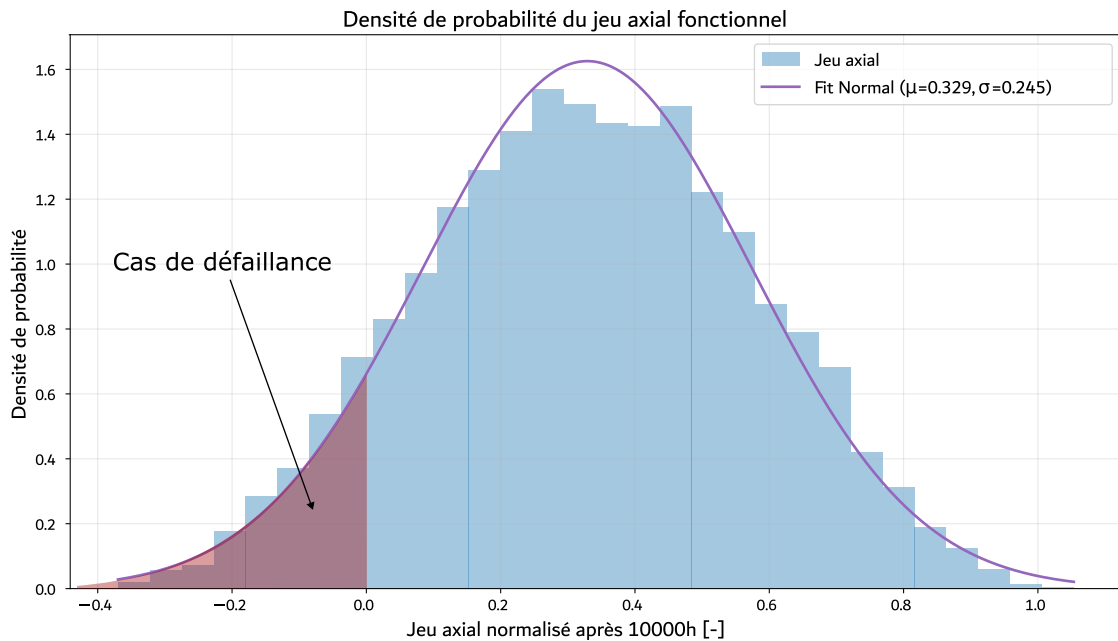


FIGURE 3 – Densité de probabilité du jeu axial restant

La Figure 4 montre sur un même graphe les densités de probabilité de l'usure maximale de chaque douille et de la collerette. L'état final de l'ensemble des douilles et collerette est difficile à prévoir car au cours du temps l'usure peut faire évoluer les zones de contact et changer par conséquent les distributions de pression de contact. On constate que l'usure maximale de chacune des douilles semble suivre une loi normale et pour la collerette plutôt une loi de Weibull. Les usures des douilles sont plus dispersées que l'usure de la collerette. On peut également noter que les valeurs d'usure des douilles sont comparables, ce qui est sans doute en lien avec le fort hyperstatisme du système. Cependant, l'usure de la douille 3 semble être plus sensible aux écart géométriques : elle s'use en effet un peu plus que les 2 autres.

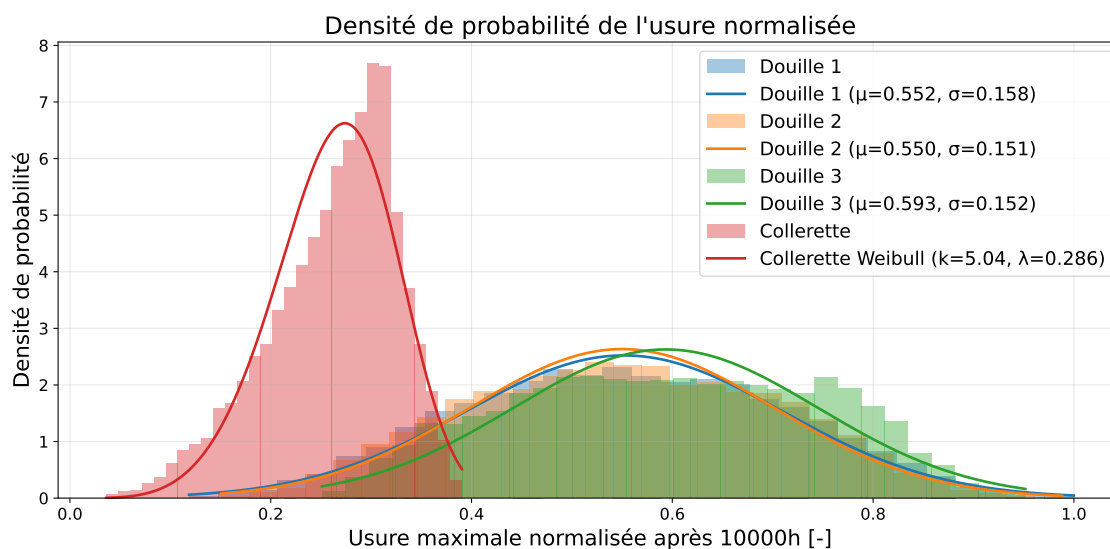


FIGURE 4 – Densité de probabilité de l'usure maximale de chacun des composants d'un assemblage de type VSV

5 Conclusion

Une méthodologie générale a été développée afin de décrire l'évolution de l'usure dans les liaisons usuelles à contact conforme, tout en prenant en compte les écarts géométriques associés aux assemblages hyperstatiques rencontrés dans l'industrie. L'implémentation numérique a été conçue de manière robuste afin de s'adapter efficacement aux différentes configurations géométriques possibles. Par ailleurs, l'outil développé vise à garantir une exécution rapide grâce à l'intégration de techniques d'accélération du calcul, qu'elles soient mathématiques (pas de temps adaptatif, jacobien semi-analytique) ou HPC (utilisation des bibliothèques NumPy et Numba sous Python). Le cas d'illustration retenu repose sur des liaisons cylindriques et planes, mais la méthodologie pourrait aisément être étendue à d'autres types de contacts, notamment sphériques. À terme, ce travail pourra être intégré à une démarche de cotation géométrique permettant de déterminer des intervalles de tolérance en lien avec des valeurs admissibles de probabilités de défaillance.

Références

- [1] J. Archard, Contact and rubbing of flat surfaces, *Journal of applied physics*, 1953, 24(8), 981-988.
- [2] M. Aublin, R. Boncompain, M. Boulaton, *Systèmes mécaniques : théorie et dimensionnement*, Dunod, 2005.
- [3] P. Bourdet, E. Ballot, Geometrical Behavior Laws for Computer-aided Tolerancing, F. Kimura(eds)*Computer-aided Tolerancing*. 1995, 143-153
- [4] S. Fouvry, P. Kapsa, L. Vincent, Quantification of fretting damage, *Wear*, 1996, 200(1-2), 186-205.
- [5] M. Harnafi, P. A. Guidault, P. A. Boucard, C. Paleczny, A simplified model for the wear prediction of plain bearings in the variable stator vane system, *Tribology International*, 2024, 196, 109667.
- [6] D. Kato, G. Pallot, A. Sugihara, M. Aotsuka, Research and development of a high performance axial compressor, *IHI Engineering Review*, 2014, 47(1), 49-56.

- [7] A. Rezaei, W. Van Paeppegem, P. De Baets, W. Ost, J. Degrieck, Adaptive finite element simulation of wear evolution in radial sliding bearings, *Wear*, 2012, 296(1-2), 660–671.
- [8] Y. Xue, J. Chen, S. Guo, Q. Meng, J. Luo, Finite element simulation and experimental test of the wear behavior for self-lubricating spherical plain bearings, *Friction*, 2018, 6(3), 297–306.