

# Couplage à deux niveaux entre un modèle global éléments finis et un modèle local basé sur réseaux de neurones pour la prévision de la réponse dynamique d'une structure mécanique présentant une singularité matérielle

A. Pulikkathodi<sup>1</sup>, M. Zarroug<sup>2</sup>, J.P.B. Ramirez<sup>3</sup>, L. Rota<sup>2</sup>, L. Chamoin<sup>1</sup>, E. Lacazedieu<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique Paris Saclay, LMPS, Université Paris Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris Saclay, Gif sur Yvette, France

<sup>2</sup> Stellantis, Vélizy-Villacoublay, France

<sup>3</sup> Altair Engineering France, Antony, France

<sup>4</sup> Université Polytechnique Hauts-de-France, INSA Hauts-de-France, LAMIH, Valenciennes, France

**Résumé** — Une architecture de réseaux de neurones basés sur la physique est proposée pour le développement du modèle réduit d'un problème transitoire de dynamique rapide. Une formulation multi-échelle est introduite dans le contexte de l'évaluation de la tenue mécanique au crash de joints de soudure d'une carrosserie de véhicule. Elle s'appuie sur un couplage entre un modèle global par éléments finis de l'ensemble de la structure et le modèle local de la singularité et de son voisinage basé sur une architecture de réseaux de neurones guidés par la physique permettant d'assurer les transferts de champs interfaciaux et la marche en temps de la résolution.

**Mots clés** — Réseaux de neurones artificiels, transitoire rapide, couplage multi-échelle.

## 1 Introduction

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre du développement de modèles réduits de problèmes transitoires à l'aide d'une structure de réseaux de neurones basés sur la physique permettant de bénéficier des avantages des modèles physiques dérivés de lois empiriques tout en les corrigeant grâce aux informations issues des bases de données expérimentales accessibles. On s'intéresse ici à la tenue mécanique au crash d'une carrosserie de véhicule dont les nombreux joints de soudure constituent des sources de singularités impactant le comportement dynamique des plaques soudées modélisées. Chaque singularité se présente sous la forme d'un joint de soudure conduisant localement à une augmentation de la complexité géométrique suivant les trois dimensions de l'espace ainsi qu'à une hétérogénéité de comportement du matériau puisque lors de l'application d'un chargement, le point de soudure est soumis à une déformation plastique tandis que les plaques présentent un comportement élasto-plastique. Ainsi, les singularités sont susceptibles de conduire localement à de grandes déformations en présence de chargements brusques de grande amplitude. Le problème non linéaire associé conduit à la résolution de systèmes de grandes tailles si l'on souhaite reproduire avec précision la dynamique de la déformation plastique du matériau au niveau des joints de soudure lorsque la carrosserie est soumise à une épreuve de crash test. L'objectif est de se doter d'un PGANN (Physics-Guided-Architecture of Neural-Networks) et de formuler une modélisation multi-échelle à deux niveaux pour réaliser l'expérience numérique virtuelle correspondant à une telle épreuve [1]. Le PGANN présente l'intérêt d'apporter une précision équivalente à celle qui serait fournie par un modèle fin éléments finis 3D de l'ensemble de la carrosserie, encore hors de portée si l'on souhaite modéliser la déformation plastique du matériau au voisinage de chaque joint de soudure [2]. De plus, il est compatible avec une stratégie de couplage multi-niveaux itératif non intrusif.

Le document s'articule en trois parties. Après une présentation de la formulation multi-échelle utilisée, le principe de construction du PGANN est rappelé, puis quelques résultats obtenus dans une configuration d'intérêt montrent la performance et la robustesse du modèle obtenu, confirmant son efficacité pour le passage à l'échelle réelle en temps réel.

## 2 Cadre de la formulation multi-échelle proposée

### 2.1 Couplage non intrusif

Si les formulations basées sur l'application d'opérateurs de prises de moyennes spatiales voire temporelles conduisant à des variétés de modélisations homogénéisées ont fait leur preuve pour la résolution de problèmes de couplages interfaciaux, tout particulièrement lorsqu'il s'agit de décrire des interactions entre différentes échelles de description du comportement de la matière, le cadre retenu ici est tout autre puisqu'il adopte le nouveau paradigme des PGANN. L'objectif est de concevoir des modélisations multi-échelles multi-niveaux à l'aide d'ANN (Artificial Neural Networks) emboîtés pour décrire le plus précisément possible les cascades directes et inverses de transferts d'énergie entre les échelles micro-méso- et macro-scopiques tout en minimisant le coût induit par les temps de calculs [1][3][4].

Le caractère non intrusif de la formulation est assuré par l'introduction d'une Méthode de Décomposition de Domaine (DDM) avec d'une part le domaine local  $\Omega_l$  proche de la singularité étudiée et d'autre part le domaine global  $\Omega_g$  recouvrant l'ensemble du domaine d'étude, lui-même décomposé en deux sous-domaines  $\Omega_s$  et  $\Omega_c$  correspondant respectivement au domaine local et son complémentaire dans  $\Omega_g$  [1]. Le schéma de principe de la méthode FETI étendue utilisée est décrite sur la Figure 1.

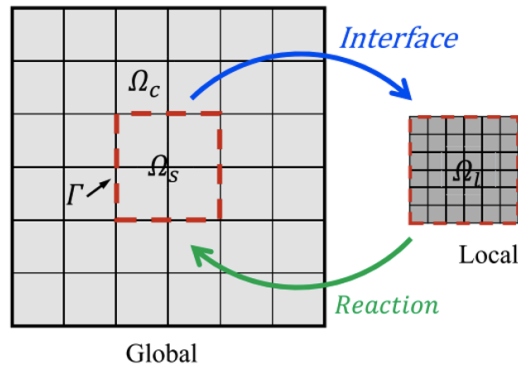


FIGURE 1 – Couplage en espace entre le modèle local basé sur le PGANN et le modèle global basé sur la méthode des éléments finis par une interface non conforme, enveloppe du voisinage de la singularité.

### 2.2 Interface non conforme

Les transferts de champs sont réalisés au niveau des noeuds des interfaces des deux modèles respectivement local et global. A chaque pas de temps l'équilibre des forces d'action-réaction à l'interface est préservé d'après le système d'équations (1)(2) :

$$\mathbf{r}_\Gamma^{n+1} = \pi_h^T \mathbf{R}_{l,\Gamma}^{n+1} - \mathbf{R}_{s,\Gamma}^{n+1} \text{ sur } \Gamma \quad (1)$$

$$\pi_h^T \mathbf{R}_{l,\Gamma}^{n+1} + \mathbf{R}_{c,\Gamma}^{n+1} = 0 \text{ sur } \Gamma \quad (2)$$

où à chaque itération  $n + 1$ ,  $\mathbf{R}_{l,\Gamma}$  désigne la force de réaction au niveau de l'interface transmise par le modèle local au modèle global,  $\mathbf{R}_{s,\Gamma}$  et  $\mathbf{R}_{c,\Gamma}$  sont respectivement les forces de réaction transmises à l'interface par le modèle global dans les domaines  $\Omega_s$  et  $\Omega_c$ . La méthode de projection utilisée pour tenir compte des non-conformités à l'interface est décrite par l'opérateur  $\pi_h$ . Le terme de correction sur les forces  $\mathbf{r}_\Gamma$  est déduit à chaque étape de la résolution du système dynamique.

### 2.3 Solveur itératif pour la marche en temps

Les systèmes sont résolus indépendamment respectivement dans  $\Omega_l$  et  $\Omega_g$  et les conditions de raccordements cinématiques et dynamiques à l'interface sont assurées de manière itérative [1][5]. La correction appliquée préserve la solution du système dynamique couplé donné par le système d'équations (3)(4)(5) :

$$M_g \ddot{U}_g^{n+1} + F_{g,int}^{n+1} = F_{g,ext}^{n+1} + C_g^T r_\Gamma^{n+1} \text{ sur } \Omega_g \quad (3)$$

$$M_l \ddot{U}_l^{p+1} + F_{l,int}^{p+1} = F_{l,ext}^{p+1} \text{ sur } \Omega_l \quad (4)$$

$$\dot{U}_{l,\Gamma}^{p+1} = \pi_h \pi_t (\dot{U}_{g,\Gamma}^n, \dot{U}_{g,\Gamma}^{n+1}) \text{ sur } \Gamma \quad (5)$$

Les itérations du modèle global sont repérées par les indices  $t^n$  et celles du modèle local par les indices  $t^p$ .  $\ddot{U}_g$  et  $\ddot{U}_{g,\Gamma}$  désignent les accélérations nodales du modèle global, respectivement dans le domaine et sur l'interface. De même pour  $\ddot{U}_l$  et  $\ddot{U}_{l,\Gamma}$  pour le modèle local.  $M_g$  et  $M_l$  représentent les matrices de masse des deux modèles.  $F_{ext}$  et  $F_{int}$  désignent les vecteurs de forces extérieures et intérieures appliquées au système.  $C_g$  désigne l'opérateur appliqué pour tenir compte des forces de réactions au niveau du modèle global avec relaxation éventuelle [1]. L'opérateur  $\pi_t$  décrit l'interpolation en temps linéaire utilisée pour tenir compte des différences entre pas de temps des deux modèles. Il est schématisé sur la Figure 2.

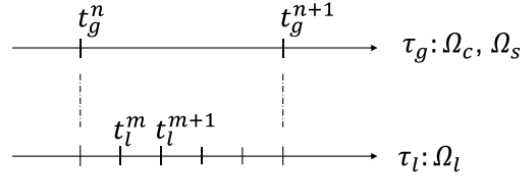


FIGURE 2 – Couplage itératif en temps entre le modèle local et le modèle global de pas de temps distincts.

### 3 Architecture de Réseaux de Neurones Guidée par la Physique

#### 3.1 Modèle local réduit de la zone singulière

La résolution de problèmes fortement non linéaires conduit à la résolution de systèmes de grandes tailles souvent réalisée de manière incrémentale. De nombreuses stratégies existent pour réduire la dimension, la réduction de l'ordre des modèles pouvant être envisagée, mais ces approches sont souvent soit très coûteuses et intrusives, soit peu adaptées à la présence de fortes non linéarités [2][6]. La stratégie retenue ici conduit à une diminution des temps de calculs sans compromis avec la précision, enjeu majeur pour le passage à l'échelle réelle des modèles dynamiques en mécanique numérique. La modélisation utilisant l'apprentissage profond à l'aide de données est considérée ici comme une alternative aux méthodes de réduction rencontrées en mécanique des structures comme la POD (Proper Orthogonal Decomposition) ou la méthode LATIN avec décomposition PGD (Proper Generalized Decomposition) ou encore des formulations mixtes comme l'APHR (A Priori Hyper Reduction).

La formulation basée sur l'architecture PGANN proposée ici présente un double intérêt : d'une part elle apporte un potentiel de réduction significatif, d'autre part elle est compatible avec le couplage non intrusif itératif entre le modèle local et le modèle global. Le réseau est constitué de 4 réseaux distincts (Figure 3) [2].

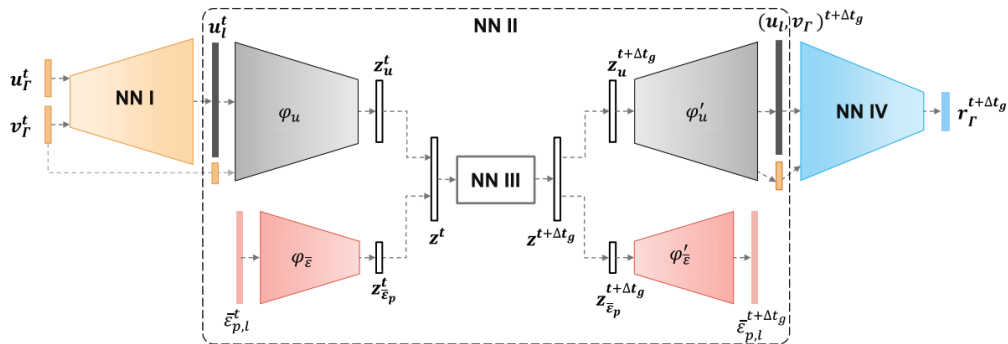


FIGURE 3 – Architecture proposée pour le modèle local réduit par PGANN pour l'avancée en temps de la résolution et les transferts de champs avec le modèle global.

### 3.2 Apprentissage du réseau

A chaque étape le rôle du PGANN est de traduire les variables primales transmises par le modèle global en variables duales à transmettre au modèle global. Le pas de temps du modèle global étant plus grand que celui du modèle local, chaque étape correspond à une itération du modèle global. Le premier réseau de neurones  $NN1$  intègre la non conformité de maillage au niveau du transfert de champs des variables primales, déplacements, vitesses, vitesses angulaires, avec en entrée les variables primales au pas de temps global précédent et les variables primales à l'interface du modèle local au même pas de temps. Le second réseau de neurones  $NN2$  est un autoencodeur qui réduit la dimension de l'entrée du  $NN3$ . Le  $NN3$  est un Réseau de Neurones Récurrent (RNN) qui permet de prendre en compte l'effet du temps en présence de pas de temps différents pour les deux modèles et fournit les variables primales au pas de temps global suivant. Le  $NN4$  traduit les variables primales interpolées au pas de temps requis en variables duales, forces, moments, pour le modèle global.

La procédure de couplage se déroule comme suit : le PGANN extrait les entrées, champs de déplacements et de vitesses, à un instant donné au niveau de l'interface du modèle global puis charge les réseaux de neurones entraînés. Le premier réseau de neurones  $NN1$  renvoie les champs de déplacements à l'interface du modèle local au même instant. Le second  $NN2$  joue le rôle d'encodeur et retourne un vecteur latent associé aux déplacements à partir des entrées du PGANN et de la sortie de  $NN1$  ainsi qu'un vecteur latent associé aux déformations pour décrire la loi de comportement plastique du milieu à chaque sous-itération d'une itération complète du modèle global. Le  $NN3$  prédit le vecteur latent associé aux déplacements et aux déformations au pas de temps global suivant grâce à un algorithme LSTM en utilisant les sorties du  $NN2$  qui joue également le rôle de décodeur. Le  $NN4$  utilise ensuite les sorties du  $NN2$  pour évaluer les forces et les moments à l'interface du modèle global pour la poursuite du calcul.

### 3.3 Mémoire de la déformation

L'effet du temps est intégré dans la modélisation grâce à la structure du  $NN3$  qui intègre un algorithme LSTM (Long Short Term Memory) pour éviter l'effacement du gradient de la fonction perte et permet la prise en compte de l'effet mémoire induit par la présence de la zone singulière dans le domaine local comme illustré sur la Figure 4. Il confère à la modélisation par PGANN son caractère dynamique.

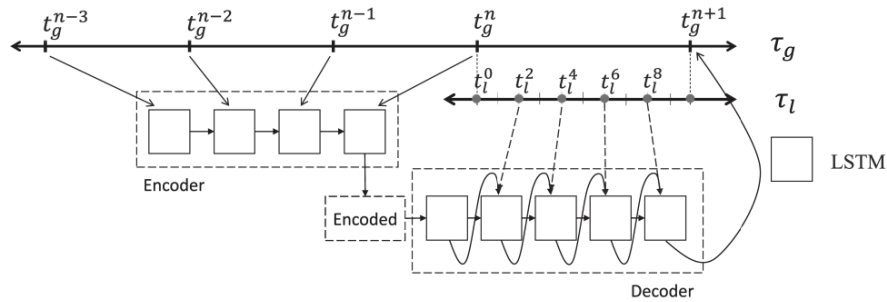


FIGURE 4 – LSTM utilisé avec 4 pas de temps globaux et 5 pas de temps locaux pour 1 itération de la marche en temps.

## 4 Tenue mécanique des joints de soudure

### 4.1 Description de la configuration

Le PGANN couplé à un modèle global 3D EF est appliqué à la prévision de la réponse à une charge de deux plaques soudées reliées par un joint de soudure. La solution est comparée d'une part à une solution de référence obtenue par couplage entre un modèle local EF 3D et le modèle global (à droite sur la Figure 5) et d'autre part à une solution déduite d'un modèle simplifié réalisé par couplage entre un connecteur ressort 1D et le modèle global des plaques soudées (à gauche sur la Figure 5). Les plaques ont un comportement élasto-plastique. Lors de l'application de la charge, le joint de soudure est sujet à

une déformation plastique. Le pas de temps du modèle de référence est de  $5.10^{-5}ms$ . Celui du modèle global est 10 fois plus grand.

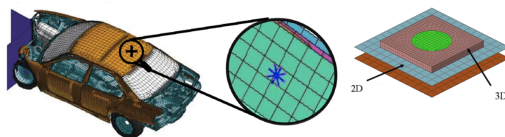


FIGURE 5 – Modèle simplifié par un connecteur 1D (à gauche) et modèle éléments finis 3D (à droite) de la singularité représentant le voisinage d'un point de soudure de carrosserie de véhicule.

## 4.2 Evaluation de la robustesse du modèle

Une force linéaire ainsi qu'un moment sont appliqués suivant l'axe  $z$ , de valeurs maximales respectivement  $20kN$  et  $100N.m$ . La Figure 6 montre la comparaison entre les 3 solutions pour le champ de déplacement après 3000 itérations du calcul de référence. Le bon accord de la solution par PGANN (au milieu) avec la solution de référence (à gauche) est remarquable à l'extérieur de la zone singulière et le PGANN corrige le modèle simplifié (à droite) qui produit un résultat très sur-estimé au voisinage des frontières extérieures du domaine global.

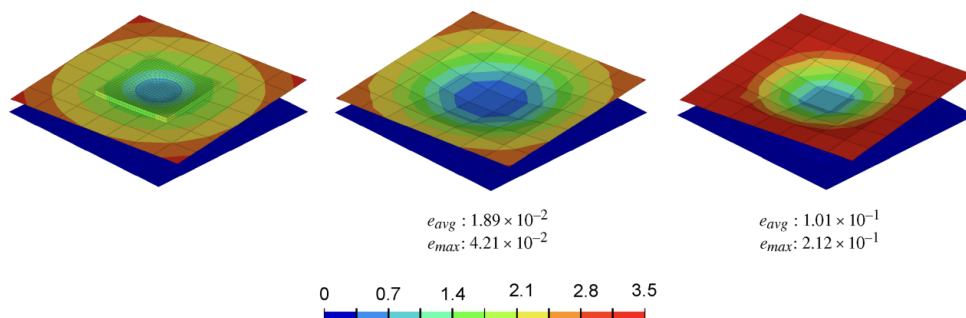


FIGURE 6 – Comparaison des champs de déplacements (en  $mm$ ) à  $0,15ms$  en présence d'un joint de soudure avec les modèles de référence 3D/3D (à gauche), 3D/NN (au milieu) et 3D/1D (à droite).

La Figure 7 montre les contraintes de Von Mises à 3000 itérations du calcul de référence avec les 3 modèles. La solution obtenue avec le PGANN est en accord avec la solution de référence ce qui confirme que le modèle proposé permet de décrire les effets de la déformation plastique dans la zone singulière. Au contraire le modèle simplifié conduit à une nette surestimation de la solution.

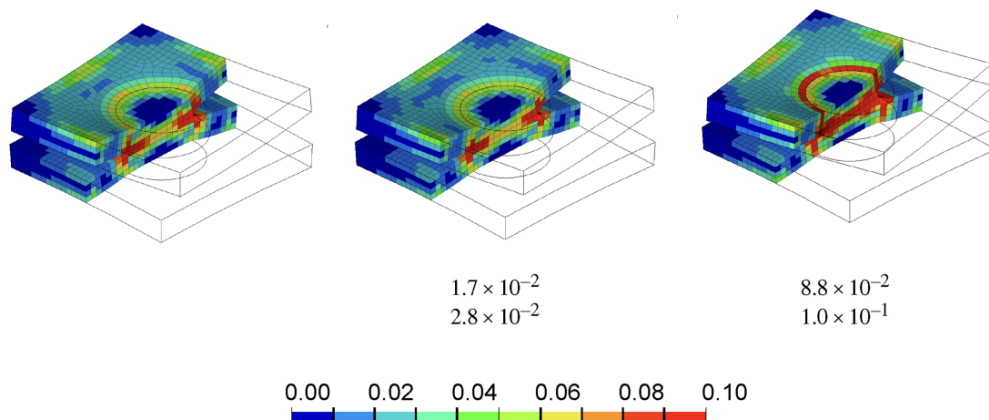


FIGURE 7 – Comparaison des champs de déformation plastique à  $0,15ms$  en présence d'un joint de soudure avec les modèles de référence 3D/3D (à gauche), 3D/NN (au milieu) et 3D/1D (à droite).

### 4.3 Augmentation de la complexité

Grâce à la réduction de l'ordre du modèle local, l'architecture de PGANN retenue pour décrire les effets de la zone singulière présente l'intérêt de faciliter le passage à l'échelle. Cette stratégie de couplage non intrusif entre un modèle local par PGANN et un modèle global par EF 3D permet de décrire simultanément et à moindre coût l'influence de plusieurs, voire d'un grand nombre de joints de soudure sur le comportement dynamique des plaques soudées alors que le modèle de référence couplé 3D local / 3D global devient bien trop coûteux au-delà de quelques joints introduits dans le modèle EF complet. Une configuration avec 2 points de soudure est illustrée sur la Figure 8. Le couplage non intrusif des échelles spatiales et temporelles est réalisé ici avec 2 PGANN couplés au modèle global.

A nouveau solution est comparée à une solution de référence à l'aide d'un couplage local EF 3D global EF 3D et à une solution simplifiée obtenue par couplage local 1D global EF 3D.

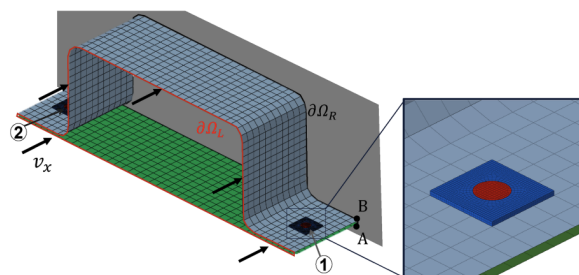


FIGURE 8 – Configuration avec 2 joints de soudure modélisés par 2 PGANN équivalents couplés au modèle global.

Le problème est résolu sur  $1ms$ , une vitesse initiale de  $15m.s^{-1}$  est introduite. Après 20000 itérations du modèle local, soit 2000 du modèle global, les déplacements relevés aux points A et B repérés sur la Figure 8 sont comparés avec les 3 modèles. Ces points sont situés près d'une paroi rigide au niveau des angles respectivement en bas et en haut de chaque plaque soudée.

La Figure 9 montre une comparaison des déplacements en A (à gauche) et en B (à droite). Au point A le PGANN apporte peu de correction par rapport au modèle simplifié tandis qu'en B, il le corrige et s'aligne sur le modèle de référence. Ainsi le PGANN utilisé semble peu sensible aux petites déformations puisqu'en B où les niveaux de déplacements sont près de 2 fois plus élevés qu'en A, l'erreur du modèle simplifié est corrigée. Cette différence du taux de correction pourrait être réduite grâce à un ajustement des paramètres introduits pour l'apprentissage du réseau. Ici le PGANN n'a subi aucune modification entre son utilisation pour 1 point de soudure puis pour 2 points de soudure ce qui est de nature à réduire ses capacités prédictives.

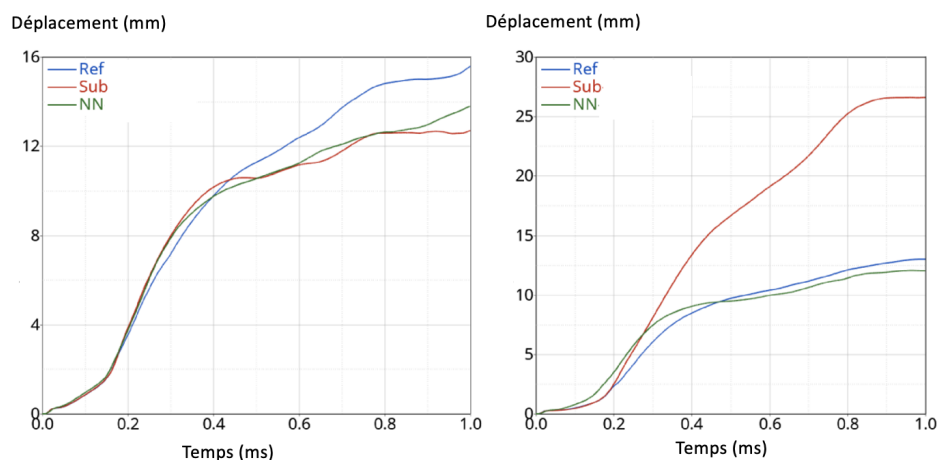


FIGURE 9 – Comparaison des déplacements aux points A (à gauche) et B (à droite) avec les modèles de référence 3D/3D (en bleu), 3D/NN (en vert) et 3D/1D (en rouge).

La Figure 10 montre les champs de déplacements au temps  $t = 1ms$ . La solution par PGANN est

en bon accord avec la solution de référence. Au voisinage du point  $B$  le PGANN corrige de manière significative le modèle simplifié qui tend à surestimer la déformation.

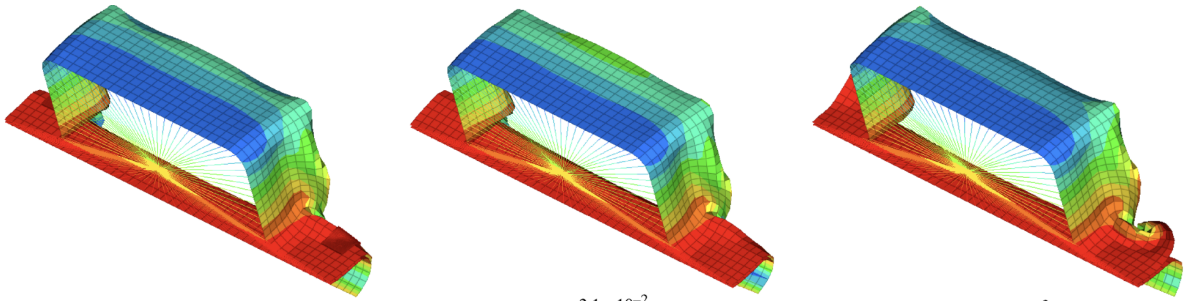


FIGURE 10 – Comparaison des champs de déplacements à  $1ms$  en présence de 2 joints de soudure avec les modèles de référence 3D/3D (à gauche), 3D/NN (au milieu) et 3D/1D (à droite).

L'intérêt du PGANN dans le contexte du passage à l'échelle est illustré sur la Figure 11 où la modélisation porte sur 10 points de soudure reliant les 2 plaques soudées. La Figure 12 montre l'évolution du temps de calculs en fonction du nombre de PGANN présents dans le modèle couplé. Le coût induit par chaque PGANN supplémentaire introduit dans le modèle devient faible au-delà de 2 PGANN, et négligeable au-delà de 10 PGANN.

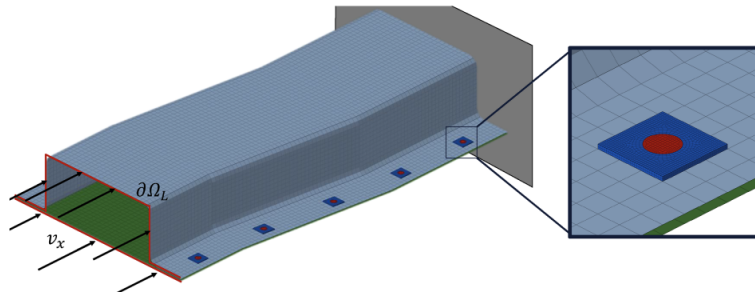


FIGURE 11 – Configuration avec 10 joints de soudure modélisés par 10 PGANN équivalents couplés au modèle global.

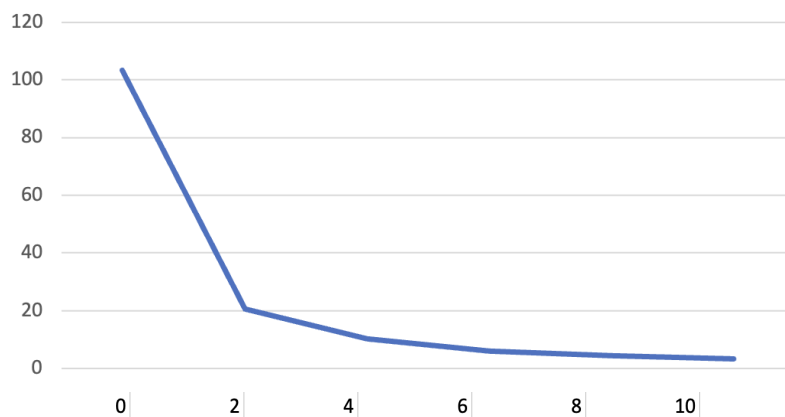


FIGURE 12 – Impact du nombre de singularités modélisées sur le temps de calcul mesuré (en %) par le quotient entre le temps de calcul par couplage PGANN / 3G global et celui par couplage 3D local / 3D global en fonction du nombre de PGANN.

## 5 Conclusions et perspectives

Ces travaux montrent l'intérêt des PGANN pour la prévision des effets de singularités sur le comportement dynamique de systèmes mécaniques. Les deux principaux atouts de cette stratégie sont mis en évidence : d'une part la préservation de la précision de la solution, d'autre part le gain de temps de calcul qui permet d'augmenter le nombre de singularités modélisées simultanément et couplées avec le modèle global du système complet. Le modèle à deux niveaux présenté ici pourrait être étendu à des modèles multi-niveaux qui permettraient de décrire de manière récursive et avec une précision accrue les effets de singularités localisées aux échelles de microstructures, voire en-deçà. Cette formulation est également adaptée pour décrire les effets d'un système sur son environnement et optimiser son dimensionnement pour en minimiser l'impact, qu'il soit sonore, vibratoire, ou de toute autre nature, dès lors que ces effets sont susceptibles d'induire des dommages sur le système lui-même ou sur les autres systèmes avec lesquels il interagit, que ce soit par le biais de forces à distance, ou via des forces de contact.

### Références

- [1] A. Pulikkathodi, L. Chamoin, E. Lacazedieu, J.P.B. Ramirez, L. Rota, M. Zarroug. *Non-intrusive local global coupling with local deep learning-based models for the effective simulation of spotwelded structures under impact*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 126 (14), pp.e70086, 2025.
- [2] A. Pulikkathodi, L. Chamoin, E. Lacazedieu, J.P.B. Ramirez, L. Rota, M. Zarroug. *A neural network-based data-driven local modeling of spotwelded plates under impact*. Mechanics & Industry, 24, pp.34, 2023.
- [3] P. Gosselet, M. Blanchard, O. Allix, G. Guguin. *Non invasive global local coupling as a Schwarz Domain Decomposition method : acceleration and generalization*. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences, 5, 4, 2018.
- [4] P. Ladevèze, O. Loiseau, and D. Dureisseix. *A Micro-Macro and Parallel Computational Strategy for Highly Heterogeneous Structures*. International Journal for Numerical Methods in Engineering 52, 121 – 138, 2001.
- [5] A. Gravouil, A. Combescure. *Multi-Time-Step Explicit-Implicit method for non-linear structural Dynamics*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 50, 1, 199-225, 2001.
- [6] F. Chinesta, A. Huerta, G. Rozza, K. Willcox. *Model Order Reduction*. Part 1. Solids and Structures, 2015.