

Optimisation topologique d'un électroaimant d'IRM haut champ sous contraintes magnéto-mécaniques

J. Le Coz^{1,5}, F. Di Paola¹, G. Dilasser², G. Le Quilliec³, P. Bretkopf⁴, P. Feissel⁵

¹ Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques, 91191 Gif-sur-Yvette

² Université Paris-Saclay, CEA, Département des Accélérateurs, de Cryogénie et de Magnétisme, 91191 Gif-sur-Yvette

³ Université de Tours, Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé, 37004 Tours

⁴ Université de Technologie de Compiègne, CNRS, Biomechanics and Bioengineering, 60200 Compiègne

⁵ Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval, FR3272 UTC-CNRS, 60200 Compiègne

Résumé — L'innovation de l'imagerie par résonance magnétique tend vers une augmentation des champs magnétiques induits. Cette hausse provoque des forces de Laplace considérables dans l'électroaimant, qui génère le champ magnétique, au point de compromettre son intégrité mécanique. Cette nouvelle contrainte vient s'ajouter aux autres critères de fonctionnement et invite les concepteurs à revoir leurs designs. Cette étude propose de résoudre ce problème de conception par optimisation topologique afin de produire des électroaimants fonctionnels et auto-portants.

Mots clés — optimisation topologique, couplage, IRM haut champ, chargement dépendant du design.

1 Introduction

1.1 Contexte

L'Imagerie par Résonance Magnétique nucléaire (IRM) est aujourd'hui un outil médical essentiel, que ce soit pour le diagnostic ou pour la recherche en neurosciences ou encore l'étude de pathologies cérébrales. Un levier d'amélioration de cette technique est l'augmentation de la résolution des images. Cet apport nécessite une augmentation de l'intensité du champ magnétique généré par l'électroaimant supraconducteur intégré dans le scanner IRM. Les équipements IRM hospitaliers sont progressivement passés de 1.5 à 3 puis à 7 Tesla, tandis que ceux dédiés à la recherche atteignent des champs de 9.4, 10.5 ou 11.7 T. Une intensité de 11.7 T du champ magnétique pour un IRM dédié à l'imagerie du corps humain entier comme l'aimant d'Iseult [2], développé par le CEA, permet d'atteindre une résolution de l'ordre de 100 μm (cf. Figure 1).

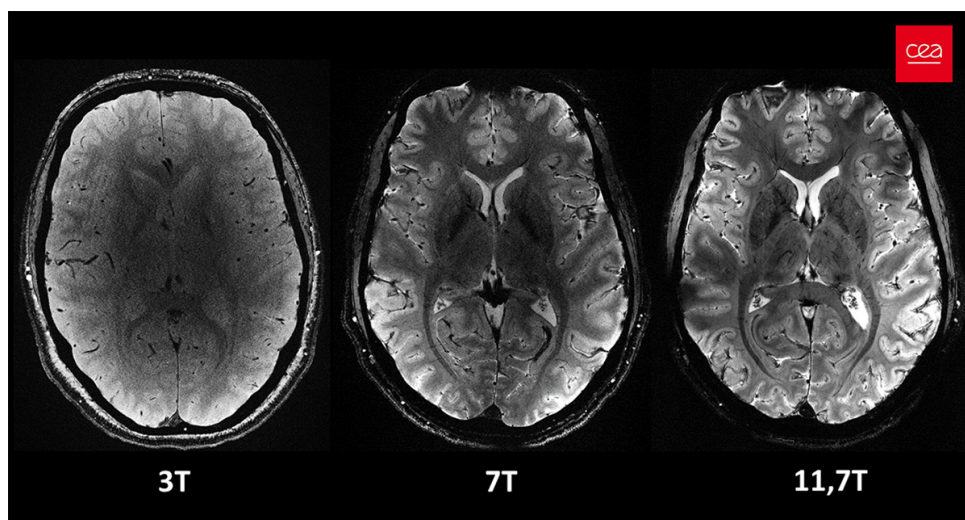


FIGURE 1 – Scans cérébraux du même patient pris avec une résolution et des temps d'acquisition égaux, mais avec une intensité de champ différente [3].

1.2 Enjeux

Le bon fonctionnement d'un scanner IRM doit satisfaire :

- des *contraintes magnétiques* portant sur l'intensité et l'homogénéité du champ magnétique dans la zone d'imagerie ainsi que sur l'état supraconducteur de son électroaimant ;
- des *contraintes mécaniques* assurant la tenue mécanique du matériau conducteur.

Dans le cas des Hauts Champs Magnétiques (HCM), les intensités de champ (>9 T) requièrent des courants électriques élevés (>500 A) et de ce fait induisent d'importantes forces de Laplace dans le matériau conducteur. Ce chargement peut compromettre la tenue mécanique ou l'état supraconducteur de l'électroaimant. C'est pourquoi, il est nécessaire d'intégrer les contraintes mécaniques lors de toutes les étapes de conception.

Le travail présenté ici propose d'utiliser l'Optimisation Topologique (OT) à base de densité [1] pour produire des designs préliminaires d'électroaimant HCM. Il s'appuie sur des hypothèses d'homogénéisation des caractéristiques mécaniques et des densités de courant. Le problème d'optimisation choisi consiste à minimiser la masse de l'aimant supraconducteur en respectant les *contraintes magnétiques* (dans la zone d'imagerie) et les *contraintes mécaniques* (dans l'électroaimant). Les topologies et formes produites par la méthode pourront ensuite servir de base pour entamer une conception plus avancée.

La section 2 décrit la formulation du problème physique (magnéto-mécanique) et du problème d'optimisation ainsi que les stratégies de résolution. La section 3 illustre la nécessité de tenir compte des forces de Laplace pour les cas de HCM. Nous y présentons l'application de la méthode sur deux problèmes d'optimisation d'électroaimant de 11.7 T : un premier cas avec les contraintes magnétiques seules, puis un second cas avec les contraintes magnétiques et mécaniques.

2 Formulation du problème d'optimisation

2.1 Géométrie et discrétisation du problème

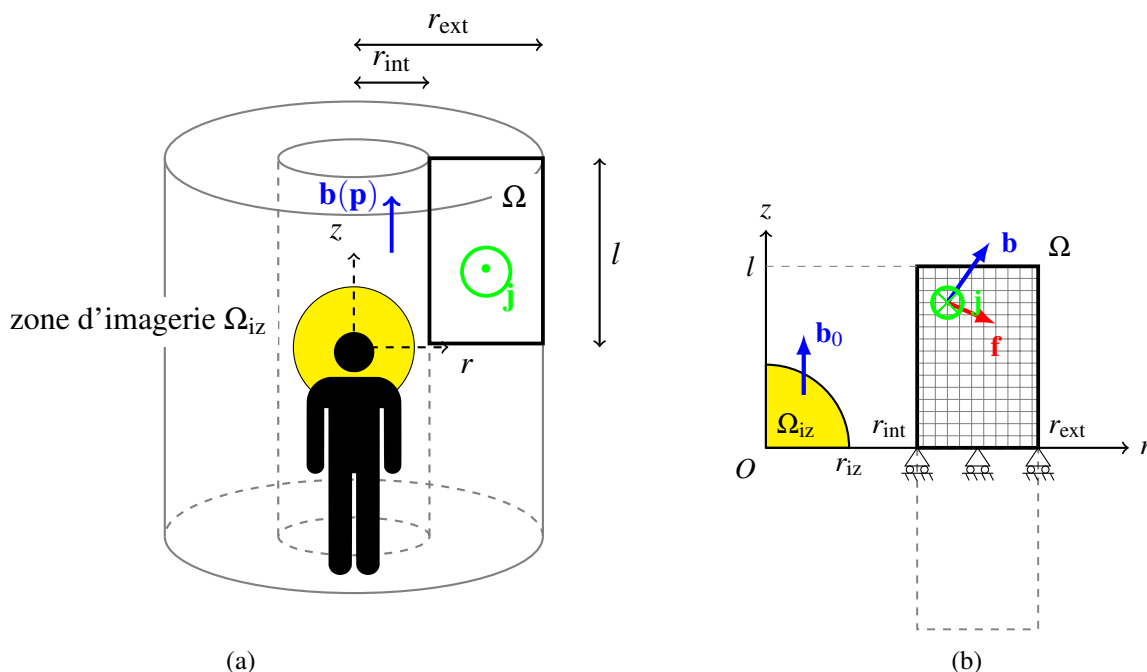


FIGURE 2 – (a) Géométrie de l'électroaimant, (b) discrétisation de la zone de conception.

Les inducteurs de scanner IRM sont généralement des solénoïdes. Cette forme est privilégiée, du fait de sa mise en forme simple par enroulement de câble, mais aussi grâce au champ quasi-homogène qu'elle induit en son centre. Nous plaçons notre étude dans un repère cylindrique (O, r, θ, z) d'origine située au centre du cylindre. Le système possède une symétrie axiale (autour de z) et verticale (selon le

plan O, r, θ) (cf. Figure 2). Ainsi, la zone de conception Ω est limitée au quart supérieur droit de la section du solénoïde, dont le rayon intérieur, extérieur et la hauteur sont respectivement notés r_{int} , r_{ext} et l . La zone d'imagerie, où sera positionné l'objet imagé, est une sphère Ω_{iz} de rayon r_{iz} centrée on O . L'espace Ω est maillé avec N éléments rectangulaires à quatre nœuds et de même taille (N_z sur l'axe (Oz) et N_r sur (Or)). Ce maillage est analogue à un empilement de N spires, dans lequel nous cherchons la distribution optimale de densité de courant électrique, supposée constante par élément. La topologie de l'aimant est représentée par un *vecteur d'optimisation* \mathbf{x} dont les composantes sont les fractions volumiques, ou *densités*, de chaque élément. La composante x_e représente la densité de l'élément e , à valeur réelle comprise entre 0 (absence de matière) et 1 (matière pleine).

2.2 Couplage magnéto-mécanique

Le modèle cinématique éléments finis se base sur l'hypothèse des petits déplacements et se limite à un problème magnétique stationnaire et mécanique quasi statique. Les propriétés magnétiques et mécaniques des éléments sont déterminées selon leur densité. La densité de courant j_e d'un élément est considérée proportionnelle au volume de matière x_e (1). La variable j_0 représente la densité de courant d'un élément plein ($x_e = 1$). Le module d'Young est défini par une méthode SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization [1]) avec p le coefficient de pénalisation (2). La méthode est appliquée à un matériau orthotrope où α désigne la direction r , θ ou z . Le module varie entre $E_{\alpha\alpha,\text{max}}$ (matériau plein) et $E_{\alpha\alpha,\text{min}}$ (vide), pris non nul pour éviter les mouvements de corps rigide (tel que $E_{\alpha\alpha,\text{min}} \ll E_{\alpha\alpha,\text{max}}$).

$$j_e = x_e j_0 \quad , \quad (1)$$

$$E_{\alpha\alpha,e} = E_{\alpha\alpha,\text{min}} + x_e^p (E_{\alpha\alpha,\text{max}} - E_{\alpha\alpha,\text{min}}) \quad . \quad (2)$$

Le champ magnétique \mathbf{b} en un point cible \mathbf{p}_c , s'exprime en sommant la contribution de chaque élément du maillage de l'inducteur Ω_e à l'aide de la loi de Biot et Savart (3). Sous l'hypothèse des petits déplacements, nous considérons que le déplacement d'un élément n'influe pas le champ qu'il induit. En introduisant la densité de courant de chaque élément (1) et en développant, l'expression du champ magnétique se ramène à un simple produit matriciel (4) entre les contributions élémentaires au champ (matrice $\mathbf{M}(\mathbf{p}_c)$) et le vecteur des densités \mathbf{x} .

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}_c) = \sum_{e=1}^N \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_e} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{p}) \wedge (\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_c\|^3} dV \quad \mathbf{p} \in \Omega_e \quad , \quad (3)$$

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}_c) = \mathbf{M}(\mathbf{p}_c) \mathbf{x} \quad , \quad (4)$$

avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

Le champ de forces volumiques de Laplace \mathbf{q} généré au point \mathbf{p}_c , dans un élément e , est défini par le produit vectoriel de la densité de courant \mathbf{j}_e de l'élément et du champ magnétique $\mathbf{b}(\mathbf{p}_c)$ (5) :

$$\mathbf{q}(\mathbf{p}_c) = \mathbf{j}_e \wedge \mathbf{b}(\mathbf{p}_c) = j_e \mathbf{e}_\theta \wedge \mathbf{b}(\mathbf{p}_c) \quad . \quad (5)$$

La matrice de rigidité \mathbf{K} (6) et le second membre \mathbf{f} (7) du problème mécanique sont assemblés :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}_e = \mathbf{A} \left(\iint_{s_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{C}_e \mathbf{B}_e 2\pi r dr dz \right) \quad , \quad (6)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \mathbf{f}_e = \mathbf{A} \left(\iint_{s_e} \mathbf{N}_e^T \mathbf{q} 2\pi r dr dz \right) \quad ; \quad (7)$$

avec \mathbf{K}_e et \mathbf{f}_e , la rigidité et les forces nodales élémentaires, \mathbf{N}_e la matrice de fonctions de forme, \mathbf{B}_e la matrice des dérivés des fonctions de forme et \mathbf{C}_e la matrice de Hooke orthotrope, dont les termes sont calculés avec (2).

2.3 Problème d'optimisation

2.3.1 Fonction objectif

Dans ce problème d'optimisation topologique, nous choisissons comme fonction objectif le volume total de l'électroaimant. Cette fonction représente à la fois le coût et la masse de l'aimant. Le volume est calculé comme la somme de chaque volume élémentaire v_e pondéré par la densité de l'élément x_e :

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{e=1}^N v_e x_e \quad . \quad (8)$$

2.3.2 Fonction contrainte magnétique

L'électroaimant doit produire, dans la zone d'imagerie Ω_{iz} , un champ magnétique stable, avec une intensité spécifique et homogène. La composante radiale b_r du champ doit être nulle et les variations spatiales de la composante axiale b_z ne doivent pas excéder un écart relatif de 1 ppm, tel que :

$$\max(|b_0 - b_z(\mathbf{p})|) \leq 10^{-6} b_0 \quad \forall \mathbf{p} \in \Omega_{iz} \quad . \quad (9)$$

Afin de simplifier le problème d'optimisation, nous nous appuyons sur un Développement en Harmoniques Sphériques (DHS) [5] du champ magnétique dans la zone d'imagerie et sur la discrétisation des sources de courant. Ce développement est effectué dans un repère sphérique (O, ρ, θ, ϕ) . En exploitant les symétries axiale et verticale, le DHS est simplifié pour la composante b_z et ne considère que les amplitudes axiales Z d'ordre pair.

$$b_z(\rho, \theta) = Z_0 + \sum_{k=1}^{\infty} Z_{2k} \left(\frac{\rho}{r_{int}} \right)^{2k} P_{2k}(\cos \theta) \quad , \quad (10)$$

telles que Z_{2k} et P_{2k} sont les amplitudes et polynômes de Legendre à l'ordre $2k$. L'expression des amplitudes harmoniques Z_{2k} peut être tirée de la loi de Biot et Savart. En introduisant le modèle discret et les variables de densité x_e , les amplitudes harmoniques Z_{2k} peuvent s'exprimer comme la somme d'harmoniques élémentaires (11), où $z_{2k,e}$ est la contribution de l'élément e à l'harmonique Z_{2k} :

$$Z_{2k} = \sum_{e=1}^N z_{2k,e} x_e \quad . \quad (11)$$

Ces termes sont issus de (3) et calculés par récurrence pour chaque élément et chaque ordre :

$$z_{0,e} = \mu_0 j_0 s_e \frac{r_e^2}{(r_e^2 + z_e^2)^{\frac{3}{2}}} \quad , \quad (12a)$$

$$z_{2,e} = \mu_0 j_0 s_e \frac{r_e^2 (4z_e^2 - r_e^2)}{(r_e^2 + z_e^2)^{\frac{7}{2}}} \quad , \quad (12b)$$

$$z_{2k,e} = \mu_0 j_0 s_e \frac{4k-1}{(4k^2-2k)(r_e^2+z_e^2)} \left[(4k+2) \frac{z_e^2}{r_e^2+z_e^2} - \frac{8k^2-4k-3}{4k-3} \right] z_{2k-2} - \mu_0 j_0 s_e \frac{4k+1}{(4k-3)(r_e^2+z_e^2)} z_{2k-4} \quad , \quad (12c)$$

où r_e et z_e sont les coordonnées radiale et axiale du centre de l'élément e et s_e est sa section.

Finalement, la contrainte d'optimisation magnétique est exprimée sous la forme normalisée et centrée en zéro suivante :

$$g_{2k}(\mathbf{x}) = \frac{Z_{2k}(\mathbf{x}) - b_{2k}}{b_0} \quad , \quad (13)$$

où b_{2k} est l'intensité cible de l'harmonique $2k$ (tel que $b_{2k>0} = 0$ Tesla). Cette formulation permet à la fois de contrôler l'intensité et l'homogénéité du champ magnétique. L'intensité est définie en imposant l'harmonique Z_0 à l'intensité cible b_0 . L'homogénéité est imposée en rendant nulles les harmoniques d'ordre supérieur. Le nombre d'harmoniques contraintes n_{har} est déterminé de façon heuristique afin de satisfaire le critère d'homogénéité de l'équation (9).

2.3.3 Agrégation de contraintes mécaniques

Dans cette étude, nous utilisons la contrainte de von Mises σ^{vm} microscopique au centre de chaque élément pour caractériser la tenue mécanique (15). Elles sont définies par le tenseur de contraintes microscopiques σ_e (14). Ces contraintes sont des approximations par dé-homogénéisation de contraintes réelles à l'intérieur d'un matériau poreux [4]. Elle a pour effet de pénaliser les éléments de densité intermédiaire ($0 < x_e < 1$) et de rendre binaire la solution. La tenue mécanique est assurée par une limite du maximum de σ_e^{vm} dans l'électroaimant (16).

$$\sigma_e = \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_{e,c} \mathbf{u}_e \quad , \quad (14)$$

$$\sigma_e^{vm} = \sqrt{\sigma_e^T \mathbf{V} \sigma_e} \quad , \quad (15)$$

$$\max_{\Omega_{x_e > 0}} (\sigma_e^{vm}) \leq \sigma_{lim} \quad ; \quad (16)$$

avec \mathbf{C}_0 la matrice de Hooke d'un élément plein, $\mathbf{B}_{e,c}$ la matrice de dérivées des fonctions de forme au centre de e , \mathbf{u}_e les déplacements nodaux de e , \mathbf{V} la matrice de coefficients de von Mises et σ_{lim} une contrainte limite. La fonction max n'étant pas dérivable, celle-ci est approchée par une fonction d'agrégation (ou « maximum régularisé ») comme la norme-P (17), paramétrée par le coefficient d'agrégation P . Les termes agrégés sont les rapports entre la contrainte équivalente et la contrainte limite afin de normaliser la fonction et améliorer le conditionnement numérique. Nous y introduisons aussi la densité x_e de l'élément pour appliquer un effet évanescant par relaxation. Elle permet de rendre nulle (et donc valide) le rapport de contrainte en cas d'absence de matière.

$$G_{PN}(\mathbf{x}, \sigma^{vm}) = \left(\sum_{e=1}^N \left(x_e \frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{lim}} \right)^P \right)^{\frac{1}{P}} - 1 \quad . \quad (17)$$

Ainsi, la fonction contrainte G_{PN} permet donc de ramener l'évaluation de la tenue mécanique à une seule variable scalaire tout en restant dérivable.

2.4 Résumé du problème d'optimisation

La fonction objectif (18a) est le volume total V et est linéaire selon \mathbf{x} . Les $n_{har} + 1$ fonctions contraintes sur les amplitudes d'harmoniques sont exprimées par les équations (18b). La tenue mécanique est exprimée avec (18c). Les variables d'optimisation sont bornées entre 0 et 1 (18d) et les équations définissant l'état statique des solutions sont données par (18e) pour la mécanique et (18f) pour le magnétisme.

$$\text{objectif : } \min_{\mathbf{x}} V(\mathbf{x}) = \sum_{e=1}^N v_e x_e \quad , \quad (18a)$$

$$\text{soumis à : } g_{2k}(\mathbf{x}) = 0 \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, n_{har}\} \quad , \quad (18b)$$

$$G_{PN}(\mathbf{x}, \sigma^{vm}) \leq 0 \quad , \quad (18c)$$

$$\text{bornes : } \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{1} \quad , \quad (18d)$$

$$\text{avec : } \mathbf{K}(\mathbf{x}) \mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{b}) \quad , \quad (18e)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{M} \mathbf{x} \quad . \quad (18f)$$

2.5 Analyse de sensibilité

Les algorithmes d'optimisation utilisés sont basés sur une descente de gradient. Nous exprimons ci-dessous les gradients des fonctions objectif et contraintes en fonction de chaque densité x_e . La sensibilité de la fonction objectif (18a) est constante et égale au volume élémentaire v_e :

$$\frac{\partial V}{\partial x_e} = v_e \quad . \quad (19)$$

La sensibilité des fonctions contraintes magnétiques (18b) est égale au rapport entre la contribution élémentaire aux harmoniques exprimées dans (11) et l'intensité cible b_0 :

$$\frac{\partial g_{2k}}{\partial x_e} = \frac{z_{2k,e}}{b_0} . \quad (20)$$

La sensibilité des contraintes mécaniques (18c) est plus complexe et est obtenue par la résolution d'un système adjoint (21) [6]. En effet, la dérivation en chaîne de G_{PN} par x_e fait apparaître la matrice de souplesse \mathbf{K}^{-1} (21a). Pour éviter le calcul de ce terme, on définit un système adjoint élémentaire (21b) avec la rigidité de (18e) et la dérivé de G_{PN} par \mathbf{u}_e dont λ_e est solution. Nous pouvons ainsi construire un système adjoint global par assemblage (21c) et calculer le vecteur adjoint λ en une seule résolution linéaire,

$$\frac{\partial G_{PN}}{\partial x_e} = \underbrace{\frac{\partial G_{PN}}{\partial g_e} \frac{\partial g_e}{\partial \sigma_e^{vm}} \frac{\partial \sigma_e^{vm}}{\partial \sigma_e^T} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \mathbf{u}_e^T} \mathbf{S}_e \mathbf{K}^{-1}}_{=\lambda_e^T} \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_e} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_e} \mathbf{u} \right) , \quad (21a)$$

$$\mathbf{K} \lambda_e = \left(\frac{\partial G_{PN}}{\partial g_e} \frac{\partial g_e}{\partial \sigma_e^{vm}} \frac{\partial \sigma_e^{vm}}{\partial \sigma_e^T} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \mathbf{u}_e^T} \mathbf{S}_e \right)^T , \quad (21b)$$

$$\mathbf{K} \lambda = \mathbf{A} \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial G_{PN}}{\partial g_e} \frac{\partial g_e}{\partial \sigma_e^{vm}} \frac{\partial \sigma_e^{vm}}{\partial \sigma_e^T} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \mathbf{u}_e^T} \mathbf{S}_e \right)^T , \quad (21c)$$

avec \mathbf{S}_e la matrice connexion telle que $\mathbf{u}_e = \mathbf{S}_e \mathbf{u}$ (aussi interprétable comme $\mathbf{S}_e = \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial \mathbf{u}^T}$). La sensibilité d'un élément peut donc se ramener à l'équation (22), où apparaît la différence entre gain de charge $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_e}$ et gain en force de réaction $\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_e} \mathbf{u}$, avec la réponse de la structure λ . Ce terme conduit à la non-convexité du problème d'optimisation et illustre la caractéristique des problèmes d'OT avec un chargement dépendant du design. De surcroît, la sensibilité de charge $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_e}$ est globale et non locale. La variation de densité d'un élément fait varier le champ de force \mathbf{q} global et contribue donc au chargement de tous les éléments (23) :

$$\frac{\partial G_{PN}}{\partial x_e} = \lambda^T \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_e} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_e} \mathbf{u} \right) , \quad (22)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_e} = \mathbf{A} \sum_{k=1}^N \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial x_e} = \mathbf{A} \sum_{k=1}^N \left(\iint_{s_k} \mathbf{N}_k^T \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_e} 2\pi r dr dz \right) . \quad (23)$$

3 Résultats

3.1 Paramètres de l'étude

L'optimisation topologique est appliquée au cas de l'électroaimant Iseult. Les propriétés mécaniques du conducteur sont présentées dans le tableau 1. Le module d'Young résiduel est $E_{\alpha\alpha,\min} = 10^{-9} \times E_{\alpha\alpha,\max}$. Les dimensions du domaine de conception et le nombre d'éléments utilisés sont présentés dans le tableau 2. L'homogénéité du champ dans la zone d'imagerie est contrôlée après l'optimisation d'après l'équation (10) en sommant jusqu'au double d'harmoniques contraintes. On utilise une contrainte limite $\sigma_{\text{lim}} = 160$ MPa, ce qui correspond à la limite d'élasticité d'un alliage de cuivre avec un coefficient de sécurité de 1.25.

Propriété	Valeur	Unité
E_{rr}	60.781	GPa
$E_{\theta\theta}$	112.08	GPa
E_{zz}	45.762	GPa
ν_{rz}	0.23988	
$\nu_{z\theta}$	0.14228	
$\nu_{r\theta}$	0.19574	

TABLE 1 – Propriétés mécaniques homogénéisées du supraconducteur de Iseult [7].

Paramètre	Valeur	Unité
l	3.3	m
r_{int}	0.5	m
r_{ext}	1.78	m
N_r	50	
N_z	100	

TABLE 2 – Dimensions et nombre d'éléments du domaine de conception Ω .

3.2 Optimisation sans contrainte mécanique

On présente ici les résultats de l'optimisation d'un électroaimant sans prendre en compte la contrainte mécanique (18c). Le problème d'optimisation (18) devient linéaire. L'optimum global peut donc être déterminé par la méthode du simplexe (ici, issue de la librairie SciPy de Python [8]).

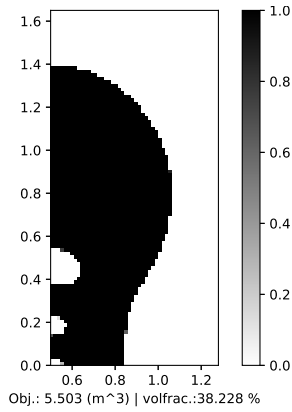


FIGURE 3 – Champ de densité.

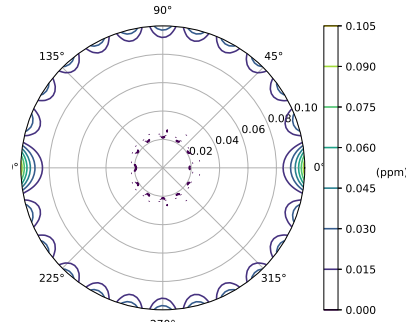


FIGURE 4 – Écart relatif du champ magnétique en zone d'imagerie par rapport à sa valeur centrale (en ppm).

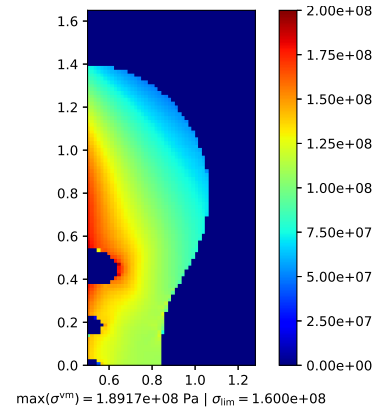


FIGURE 5 – Champ de contraintes de von Mises (Pa).

La section de la solution optimale est illustrée sur la Figure 3. Cette dernière est continue avec un volume de 5.5 m³ de matériaux supraconducteur. Elle possède trois zones de vide non-convexes sur son rayon intérieur. La partie supérieure du design ($z > 0.6$ m) contribue significativement à la valeur de Z_0 tandis que la partie basse annule les autres harmoniques à l'aide des encoches proches de la zone d'imagerie. Le champ magnétique représenté sur la Figure 4 permet de valider le critère d'exploitation (9). La différence relative maximale avec la consigne est de 0.1 ppm. Toutefois, sur la figure (5), on observe des valeurs de contraintes équivalentes supérieures à la limite σ_{lim} jusqu'à atteindre 189 MPa dans une des encoches de la topologie.

Ces résultats montrent que, bien que l'optimisation topologique avec les contraintes magnétiques seules s'avère simple à résoudre, il est nécessaire de tenir compte de l'état de contrainte mécanique pour garantir la tenue de l'électroaimant.

3.3 Optimisation avec contrainte mécanique

La fonction contrainte mécanique est non-linéaire et non-convexe. En conséquence, l'optimisation est effectuée avec l'algorithme d'optimisation MMA (Method of Moving Asymptotes [9]). Cependant, cette méthode ne permet pas de traiter des contraintes d'égalité, c'est pourquoi les contraintes (18b) sont changées par les inégalités ci-dessous (24). Cette expression permet à la fois de borner la valeur de $Z_{2k} = b_{2k} \pm \varepsilon b_0$ et de normaliser les gradients (25) afin de faciliter le processus d'optimisation. Le seuil de tolérance ε est fixé à 10^{-6} ,

$$g_{2k} = \left(\frac{Z_{2k} - (b_0 + b_{2k})}{(1 + \varepsilon)b_0} \right)^2 - 1 \leq 0 \quad , \quad (24)$$

$$\frac{\partial g_{2k}}{\partial x_e} = 2z_{2k,e} \frac{Z_{2k} - (b_0 + b_{2k})}{((1 + \varepsilon)b_0)^2} \quad . \quad (25)$$

La section optimisée, figure (6), possède un volume de 5.62 m³ soit un gain de 0.12 m³ (+2.2 %) par rapport à la solution précédente, mais avec une contrainte équivalente de 139 MPa, soit une baisse de 50 MPa (-26.5 %) qui permet de valider la limitation mécanique fixée. L'utilisation de la MMA et le respect du critère mécanique apporte une légère hétérogénéité du champ magnétique dans la zone d'imagerie. Toutefois, la variation maximale du champ observé sur la figure (7) est de 0.74 ppm. Elle reste sous le seuil de tolérance de 1 ppm et donc valide la contrainte d'homogénéité.

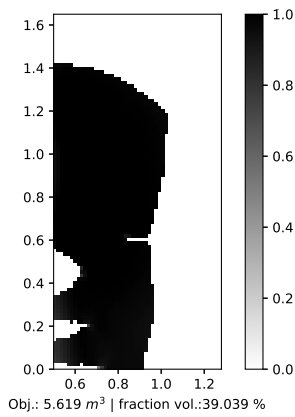


FIGURE 6 – Champ de densité.

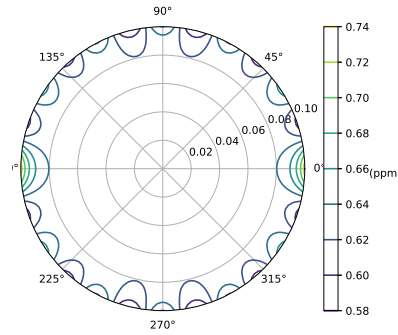


FIGURE 7 – Écart relatif du champ magnétique en zone d'imagerie par rapport à sa valeur centrale (en ppm).

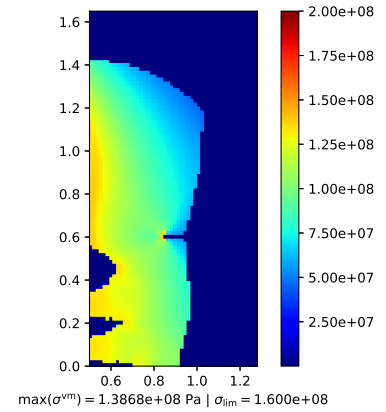


FIGURE 8 – Champ de contraintes de von Mises (Pa).

4 Conclusions & perspectives

Cette étude propose une formulation d'une optimisation topologique à base de densité appliquée à un électroaimant d'IRM haut champ. Sa structure en empilement d'inducteurs rend très pertinent l'optimisation paramétrique des densités de courant par paquet de conducteur. Grâce au DHS et aux fonctions d'agrégation nous avons été en mesure de produire un design respectant à la fois les critères de conception sur le champ magnétique et sur l'intégrité mécanique. Ainsi, la solution optimisée réduit l'état de contrainte au sein de l'électroaimant sans compromettre l'homogénéité du champ et en conservant bien le volume de matière supraconductrice nécessaire.

Toutefois, les designs obtenus ne garantissent pas que leur fabrication soit aisée, notamment par bobinage. L'axe d'amélioration principal de ce travail serait la formulation et l'intégration d'un critère de faisabilité pour garantir des solutions réalisables.

Références

- [1] M. P. Bendsøe, O. Sigmund. *Topology optimization. Theory, methods, and applications. 2nd ed.*, Springer, 2004.
- [2] N. Boulant et coll. *In vivo imaging of the human brain with the Iseult 11.7-T MRI scanner*, Nature Methods (21), page 2013-2016, 2024.
- [3] CEA. *Première mondiale : le cerveau dévoilé comme jamais grâce à l'IRM le plus puissant au monde*, <https://www.cea.fr/presse/Pages/actualites-communiques/sante-sciences-du-vivant/premiere-mondiale-cerveau-devoile-comme-jamais-grace-irm-le-plus-puissant-monde.aspx>, publication : 2/04/2024, visite : 5/12/2025.
- [4] P. Duysinx, M. P. Bendsøe. *Topology optimization of continuum structures with local stress constraints*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (43), page 1453-1478, 1998.
- [5] M. W. Garrett. *Axially symmetric systems for generating and measuring magnetic fields*, Journal of applied physics (22), page 1091-1107, 1951.
- [6] J. Paris et coll. *Topology optimization of continuum structures with local and global stress constraints*, tructural and Multidisciplinary Optimization (39), page 419-437, 2009.
- [7] F. Nunio et coll. *Full Resolution Structural Finite Element Analysis of the CEA/Iseult 11.75T MRI Coil*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity (18), page 916-919, 2008.
- [8] Scipy API, *scipy.optimize.linprog() documentation*, <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/optimize.linprog-simplex.html>, visite : 5/12/2025.
- [9] K. Svanberg. *The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization*, International Journal for Numerical Methods in Engineering (24), page 359-373, 1987.