

Propagation d'ondes en milieu aléatoire: animations numériques et analyse asymptotique dans différents régimes

R. Cottereau¹, L. de Abreu Corrêa¹

¹ Aix Marseille Univ, CNRS, Centrale Med, LMA, France, regis.cottereau@cnrs.fr

Résumé — Cette présentation décrit une étude numérique systématique de la propagation des ondes dans des milieux aléatoires, en analysant l'influence des échelles caractéristiques du milieu sur les différents régimes de propagation. Des simulations haute résolution, mises en valeur à travers des vidéos, mettent en évidence les transitions entre homogénéisation, diffusion, transfert radiatif et localisation. Les simulations numériques sont mises en regards des modèles asymptotiques et théoriques existants pour les différents régimes de propagation.

Mots clés — Ondes en milieux aléatoires, homogénéisation, Analyse asymptotique, Transfert radiative, Diffusion, Localisation d'Anderson.

La propagation des ondes en milieux aléatoires constitue un problème central dans de nombreux domaines tels que la sismologie, l'acoustique, l'optique et la science des matériaux [1, 2, 3, 4, 5]. Lorsque les propriétés du milieu, comme la densité ou la rigidité, sont modélisées par des champs aléatoires spatialement corrélés, le comportement des ondes dépend fortement des rapports entre la longueur d'onde, la longueur de corrélation et la distance de propagation. Cette dépendance conduit à différents régimes de propagation, chacun étant décrit par des modèles asymptotiques spécifiques, allant des théories de milieu effectif et des équations de diffusion aux modèles cinétiques et aux phénomènes de localisation.

Malgré les avancées théoriques importantes, les études numériques systématiques de ces régimes restent limitées en raison du coût computationnel élevé nécessaire pour résoudre à la fois les fluctuations fines du milieu et les effets de propagation à grande échelle. Cet article comble cette lacune en proposant une étude numérique approfondie de la propagation des ondes dans divers milieux aléatoires, accompagnée d'animations haute résolution.

L'analyse se concentre sur l'équation des ondes scalaire, pertinente notamment pour les ondes acoustiques, tout en conservant une portée générale applicable à d'autres types d'ondes. L'équation d'onde acoustique décrit l'évolution du champ de pression $p(t, \mathbf{x})$

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \nabla p \right) - \frac{1}{\kappa(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, \quad \forall t > 0 \quad (1)$$

où $\rho(\mathbf{x})$ et $\kappa(\mathbf{x})$ sont la densité et le module de compressibilité du milieu hétérogène de propagation, respectivement. L'équation est complétée par des conditions initiales $p(t=0, \mathbf{x}) = p_0(\mathbf{x})$ et $\partial_t p(t=0, \mathbf{x}) = q_0(\mathbf{x})$. Un milieu infini de propagation est considéré, de telle sorte que toutes les réflexions observées sont dues à l'interaction des ondes avec les propriétés hétérogènes du milieu. Le travail poursuit un double objectif : analyser les comportements émergents et les transitions entre les régimes d'homogénéisation, de diffusion, de transfert radiatif et de localisation, et mettre ces observations en perspective à l'aide d'un panorama des cadres théoriques existants.

Le tableau 1 liste les différentes simulations considérés, couvrant une large gamme de distance de propagation L , longueur d'onde λ , longueur de corrélation ℓ_c et amplitude de fluctuations des propriétés v . Des instantanés de simulation pour les différents cas considérés sont tracés aux Fig. 1, peu de temps après l'émission, et 2, à un instant plus tardif.

Références

- [1] A. Ishimaru. *Wave propagation and scattering in random media*, volume 1-2. Academic Press, 1978.
- [2] S. M. Rytov, Y. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii. *Principles of statistical radiophysics : wave propagation through random media*. Springer, 1989.

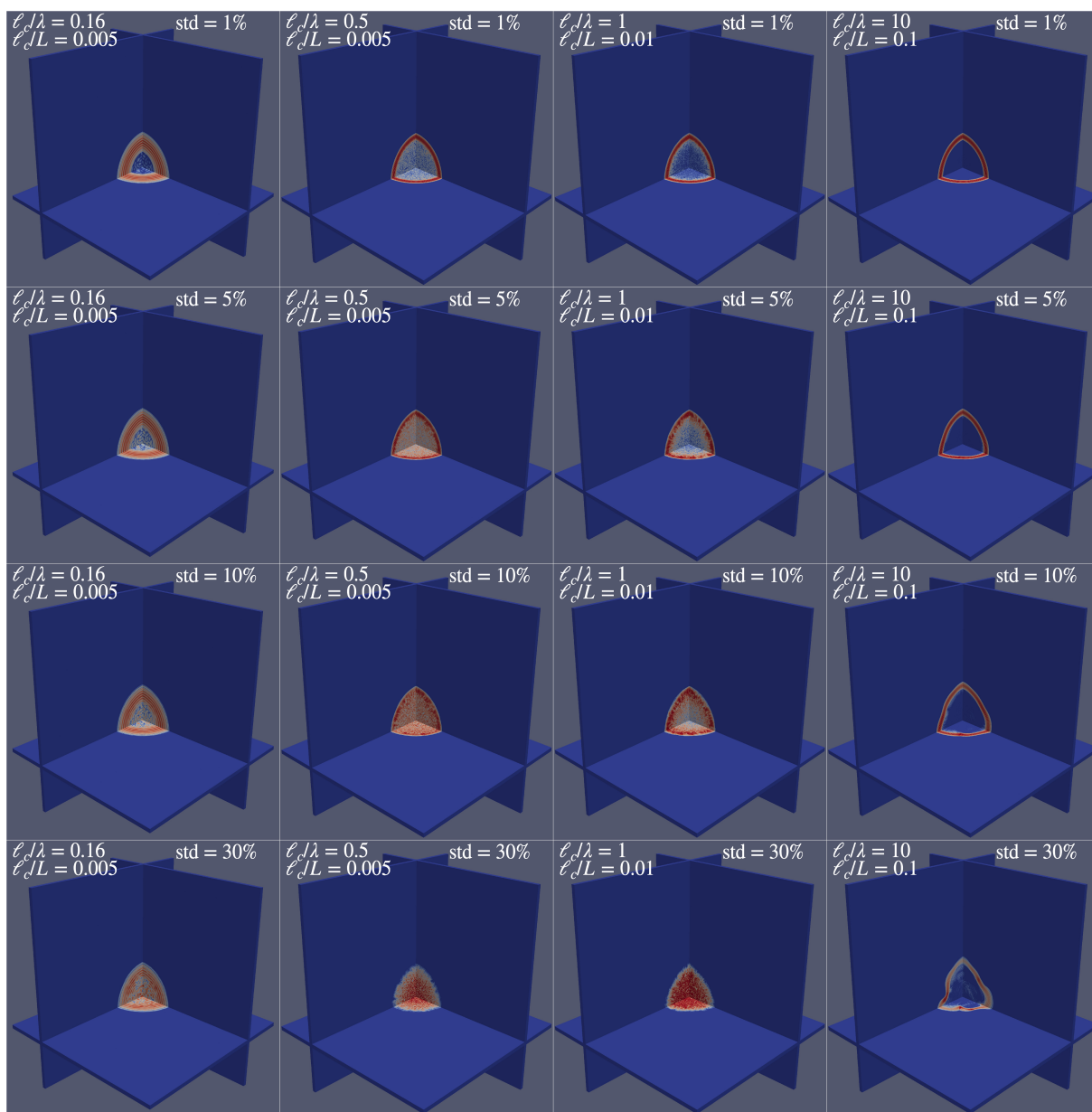


FIGURE 1 – Instantanés de simulation à l’instant $T = 4.25$ s pour les cas décrits dans le tableau 1.

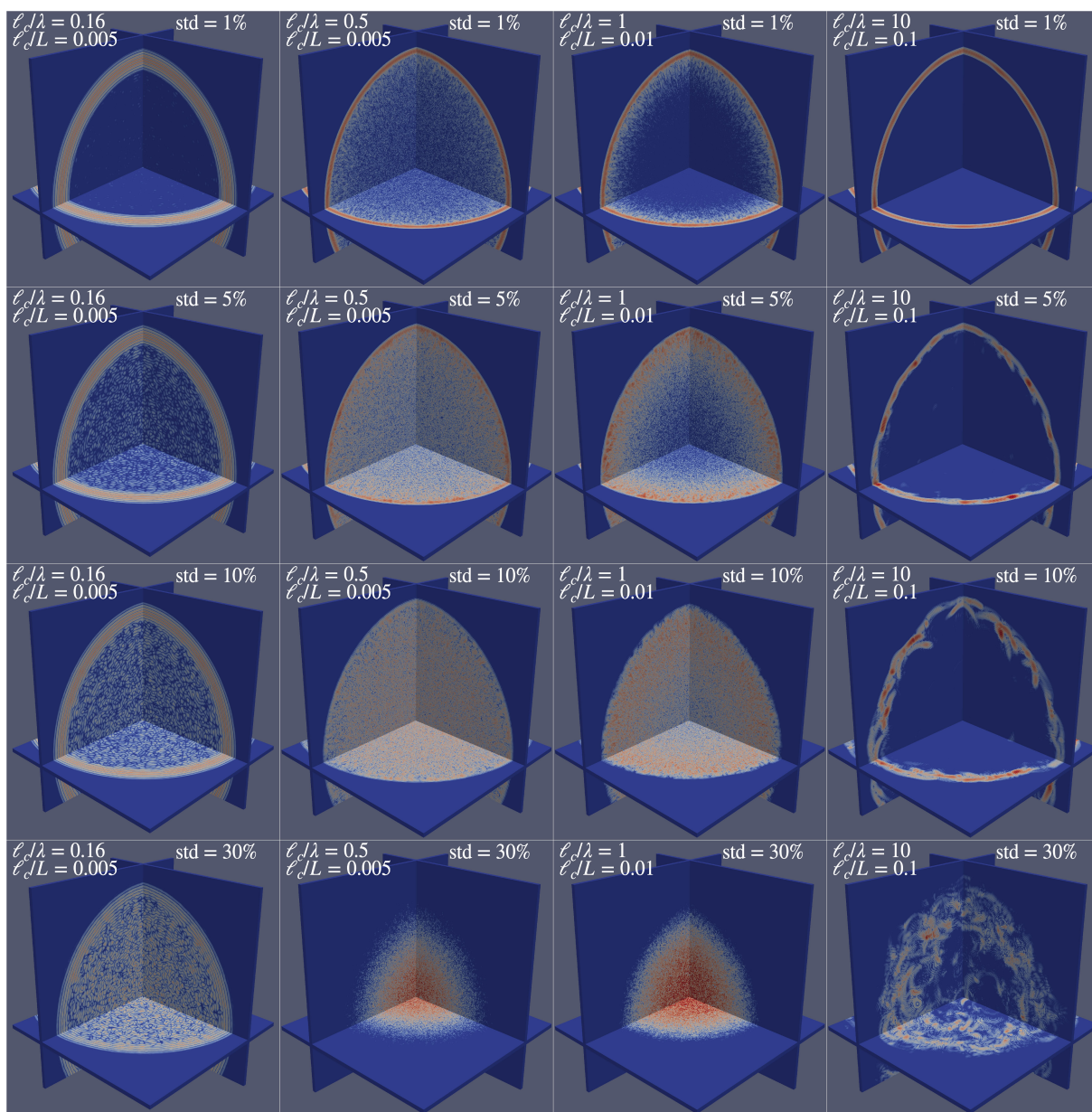


FIGURE 2 – Instantanés de simulation à l’instant $T = 13.50$ s pour les cas décrits dans le tableau 1.

TABLE 1 – Liste des différents cas simulés, en fonction de la distance de propagation L , longueur d’onde λ , longueur de corrélation ℓ_c et amplitude de fluctuations des propriétés v . Les deux dernières colonnes indiquent les libre parcours moyens de diffraction ℓ_c et de transport ℓ^* .

n°	L [m]	λ [m]	ℓ_c [m]	v [-]	$\frac{L}{\ell_c}$ [-]	$\frac{L}{\lambda}$ [-]	$\frac{\lambda}{\ell_c}$ [-]	ℓ_s [m]	ℓ^* [m]
1	[0 – 750]	30	5	1%	[0 – 150]	[0 – 25]	6	7.7×10^5	7.7×10^5
2	[0 – 750]	10	5	1%	[0 – 150]	[0 – 75]	2	1.1×10^4	1.2×10^4
3	[0 – 750]	10	10	1%	[0 – 75]	[0 – 75]	1	2.3×10^3	3.4×10^3
4	[0 – 750]	10	100	1%	[0 – 8]	[0 – 75]	0.1	132	1.1×10^4
5	[0 – 750]	30	5	5%	[0 – 150]	[0 – 25]	6	3.0×10^4	3.1×10^4
6	[0 – 750]	10	5	5%	[0 – 150]	[0 – 75]	2	449	490
7	[0 – 750]	10	10	5%	[0 – 75]	[0 – 75]	1	93	136
8	[0 – 750]	10	100	5%	[0 – 8]	[0 – 75]	0.1	5	449
9	[0 – 750]	30	5	10%	[0 – 150]	[0 – 25]	6	7.5×10^3	7.5×10^3
10	[0 – 750]	10	5	10%	[0 – 150]	[0 – 75]	2	111	121
11	[0 – 750]	10	10	10%	[0 – 75]	[0 – 75]	1	23	34
12	[0 – 750]	10	100	10%	[0 – 8]	[0 – 75]	0.1	1	112
13	[0 – 750]	30	5	30%	[0 – 150]	[0 – 25]	6	913	922
14	[0 – 750]	10	5	30%	[0 – 150]	[0 – 75]	2	13	15
15	[0 – 750]	10	10	30%	[0 – 75]	[0 – 75]	1	3	4
16	[0 – 750]	10	100	30%	[0 – 8]	[0 – 75]	0.1	0	12

- [3] S. A. Shapiro and P. Hubral. *Elastic waves in random media. Fundamentals of seismic stratigraphic filtering*. Lecture Notes in Earth Sciences. Springer, 1999.
- [4] J.-P. Fouque, J. Garnier, G. Papanicolaou, and K. Solna. *Wave propagation and time reversal in randomly layered media*, volume 56 of *Stochastic Modelling and Applied Probability*. Springer, 2007.
- [5] H. Sato, M. C. Fehler, and T. Maeda. *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth*. Springer, second edition edition, 2012.